HISTOIRE

DES

SCIENCES MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES.

HISTOIRE

DES

SCIENCES

MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES,

PAR

M. MAXIMILIEN MARIE,

RÉPÉTITEUR DE MÉCANIQUE,
EXAMINATEUR D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

TOME IX.

DE LAGRANGE A LAPLACE.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE,

QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

1886

31071

TABLE DES MATIÈRES.

DOUZIÈME PÉRIODE.

(SUITE ET FIN)

D'EULER, né en 1707,
à LAGRANGE, né en 1736.

BIOGRAPHIE

DES

SAVANTS DE LA DOUZIÈME PÉRIODE

ET

ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

(*Suite et fin.*)

MONTUCLA (JEAN-ÉTIENNE).

(Né à Lyon en 1725, mort à Paris en 1799.)

Son père était négociant à Lyon. Élevé au collège des jésuites de cette ville, il y puisa à la fois le goût des Sciences et celui des lettres, sans la réunion desquels il n'eût pu entreprendre la tâche immense qui a principalement occupé sa vie. Outre le grec et le latin, il possédait l'italien, l'anglais, l'allemand et le hollandais; aussi a-t-il lu dans leurs langues presque tous les auteurs dont il a eu à analyser les travaux.

A vingt ans, il alla étudier le droit à Toulouse, où il se fit recevoir avocat, et vint ensuite à Paris pour suivre les cours publics et fréquenter les savants.

Admis aux soirées de Jombert, il s'y lia avec Diderot, d'Alembert, de Gua, Lalande, Blondel, Cochin, Coustou, Leblond, etc., qui tous lui restèrent attachés jusqu'à leur mort.

Il s'employa pour Jombert à la revision et à la correction de

divers ouvrages scientifiques, parmi lesquels nous citerons les *Récréations mathématiques d'Ozanam*, qu'il enrichit d'un grand nombre de nouveaux articles. Il entra peu après à la *Gazette de France;* il était déjà censeur royal pour les ouvrages de Sciences.

Il prit une grande part à la naturalisation en France de la pratique de l'inoculation, déjà usitée en Angleterre depuis plus de trente ans, en traduisant et répandant les principaux écrits publiés à Londres sur la matière.

Son premier écrit original et qui a véritablement inauguré sa carrière est son *Histoire des recherches sur la quadrature du cercle* (1754, in-12), qui fut reçue avec assez d'intérêt pour qu'il en conçût l'idée du grand ouvrage auquel il n'a guère cessé de travailler ensuite jusqu'à sa mort.

La première édition de son *Histoire des Mathématiques* est de 1758 (2 vol. in-4°); elle lui assura aussitôt une place distinguée parmi les savants de l'époque. Cette œuvre se recommande, en effet, par des qualités éminentes : une grande impartialité, une grande justesse de vues, une grande érudition, un travail opiniâtre et une bonhomie extrême. Le style n'en est ni élégant ni même toujours assez châtié, mais il n'est jamais ni trop lourd ni prétentieux.

Montucla en était resté, dans son *Histoire*, au commencement du XVIIIe siècle et on le pressait vivement d'aborder cette partie, pour laquelle il avait déjà réuni un grand nombre de matériaux; mais une série d'obstacles continuels l'en empêchèrent longtemps, sans toutefois qu'il cessât jamais de s'en préoccuper.

Envoyé à Grenoble, en 1761, comme secrétaire de l'intendance, il s'y maria en 1763.

Le frère de Turgot ayant été chargé, en 1764, d'une mission

à Cayenne, Montucla fut désigné pour l'accompagner, avec le titre d'astronome royal. Cette expédition, comme on sait, ne fut pas heureuse.

Au retour, Montucla fut nommé, par les soins de Cochin, premier commis à la direction des bâtiments royaux, place d'abord avantageuse, mais que des changements d'organisation réduisirent bientôt à presque rien.

Lalande avait été chargé de lui offrir une place à l'Académie des Sciences; il la refusa, disant qu'il n'aurait pas le loisir nécessaire pour la bien remplir.

La Révolution lui fit perdre sa place et avec elle tout moyen d'existence. C'est alors que Lalande le pressa de s'occuper d'une nouvelle édition de son *Histoire des Mathématiques*, l'ancienne étant épuisée depuis longtemps et Panckoucke s'offrant à faire les frais de la réimpression et à rémunérer son travail.

Montucla se mit aussitôt à l'œuvre; mais l'aisance lui revint bientôt par une autre voie. Il fut désigné au comité de Salut public en 1794, par les ouvriers de sa section, pour être porté sur le premier état des gratifications nationales assignées aux gens de lettres, et chargé, en 1795, de l'analyse des traités déposés aux archives des affaires étrangères.

Nommé professeur de Mathématiques à l'Ecole centrale de Paris, il ne crut pas devoir accepter, pensant que sa santé ne lui permettrait pas de remplir avec assez d'exactitude ces nouvelles fonctions; mais le département le comprit dans le jury d'instruction.

Il fit partie de l'Institut dès sa création et reçut un titre de pension de 2,400 francs, dont, il est vrai, il ne jouit que quatre mois.

Il avait donné, en 1799, les deux premiers volumes de la seconde édition de son *Histoire*, très étendus et très améliorés, et le troisième volume était déjà assez avancé lorsque la mort vint le surprendre. C'est son ami Lalande qui s'est chargé de continuer le travail.

« Montucla, dit cet ami dévoué, était modeste et bienfaisant à un degré que son peu de fortune rendait véritablement admirable. »

DARCET (JEAN).

[Né à Donazit (Landes) en 1725, mort à Paris en 1801.]

Ses goûts le portant vers l'étude de la Médecine et des Sciences naturelles, il alla à Bordeaux suivre les cours de l'école de cette ville. Pour suppléer au peu de ressources qu'il trouvait dans sa famille, qui l'avait destiné au barreau, il donna des leçons de latin. Montesquieu lui confia l'éducation de son fils, et l'emmena avec lui à Paris en 1742. Là, Darcet se livra avec ardeur à l'étude des Sciences médicales, et surtout de la Chimie, qui lui est redevable de grands perfectionnements. Il avait été reçu, en 1762, docteur régent de la Faculté de Médecine de Paris; il obtint, en 1774, une chaire de Chimie au Collège de France, et fut le premier qui fit ses cours en français. Il succéda à Macquer à l'Académie des Sciences, en 1784, puis devint directeur de la manufacture de Sèvres, inspecteur général des essais des monnaies et de la manufacture des Gobelins.

Tous les travaux de Darcet ont eu pour but l'application de la Chimie aux arts et à l'industrie. C'est à lui que nous devons

l'extraction de la gélatine des os; celle de la soude du sel marin; l'invention d'un alliage métallique fusible, nommé alliage de Darcet, qui, en se liquéfiant à des températures fixées à l'avance, devait fournir des soupapes de sûreté contre l'explosion des machines à vapeur. La démonstration de l'entière combustibilité du diamant, à l'aide d'expériences confirmées depuis par celles de Lavoisier et Mitouard; le moyen de fabriquer les savons avec toute espèce d'huile et de graisse; d'intéressants travaux sur les pierres précieuses; des améliorations dans l'art du potier, du verrier, du porcelainier, du métallurgiste, etc.

Lorsque la Révolution éclata, Darcet en adopta chaleureusement les principes. Il fut appelé au Sénat lors de sa création.

Les principaux ouvrages de Darcet sont : *Sur l'action d'un feu égal, violent et continué pendant plusieurs jours, sur un grand nombre de terres, de pierres et de chaux métalliques, essayées, pour la plupart, telles qu'elles sortent de la Terre* (Paris, 1766-1771, 2 vol. in-8°); *Mémoire sur le diamant et sur quelques autres pierres précieuses traitées par le feu* (Paris, 1771, in-8°); *Expériences sur plusieurs diamants et pierres précieuses* (1772, in-8°); *Lettre sur l'antivénérien d'Agironi* (1772, in-8°); *Dissertation sur l'état actuel des Pyrénées, et sur les causes de leur dégradation* (1776, in-8°); *Rapport sur l'électricité dans les maladies nerveuses* (1783, in-8°); enfin un grand nombre de mémoires et d'articles dans le *Recueil de l'Académie des Sciences,* le *Journal de Médecine* et le *Journal des mines.*

BOSC D'ANTIC (PAUL).

(Né dans le Languedoc en 1726, mort en 1784.)

Médecin de Louis XV, physicien et naturaliste; il perfectionna la fabrication des glaces et du verre et publia sur l'art de la verrerie des traités estimés.

ADANSON (MICHEL).

(Né à Aix en 1727, mort à Paris en 1806.)

Botaniste, membre de l'Académie des Sciences (1759) et ensuite de l'Institut. Il explora pendant cinq ans le Sénégal, de 1747 à 1752, et en rapporta d'importantes collections. Il rêvait une *classification méthodique accompagnée de la description de tous les êtres connus, suivant leur série naturelle indiquée par l'ensemble de leurs rapports.* La Révolution vint interrompre ses travaux en le privant de sa pension d'académicien. Lorsqu'il fut invité par les organisateurs de l'Institut à venir reprendre sa place à l'Académie des Sciences, il répondit qu'il n'avait pas de souliers. Le Directoire lui fit une petite pension.

Le plus important de ses ouvrages est *Les Familles de plantes* (1763) qui lui fit beaucoup d'honneur, mais qui a vieilli aussitôt, parce qu'Adanson n'avait pas, dans les détails, suivi exactement la méthode fort sage qu'il s'était proposée.

« Il avait bien employé concurremment tous les caractères des plantes pour les classer, dit Adrien de Jussieu, mais il avait eu le tort de les employer tous à peu près au même titre, comme si,

par exemple, pour évaluer une somme d'argent, on avait égard au volume, et non à la qualité du métal. »

DELUC (JEAN-ANDRÉ).

(Né à Genève en 1727, mort à Windsor en 1817.)

Il fut d'abord commerçant; des affaires malheureuses l'amenèrent à s'expatrier, il se rendit en Angleterre où il devint bientôt membre de la Société royale de Londres et lecteur de la reine. Il reçut le titre de professeur honoraire de Géologie à l'Université de Gœttingue et fut nommé membre correspondant de l'Académie des Sciences de Paris.

Il s'est surtout occupé de Géologie et de Météorologie. Cuvier le place parmi les premiers géologues de son époque. Sans rejeter l'hypothèse du feu central, il était surtout Neptunien.

C'est lui qui a substitué le mercure à l'esprit-de-vin dans les thermomètres, et construit le premier baromètre portatif. Il a aussi, l'un des premiers, attiré l'attention des savants sur les causes chimiques du développement de l'électricité dans la pile de Volta. Il est l'inventeur de la pile à colonne sèche. Mais, par une singulière aberration, il a combattu énergiquement la découverte de la composition chimique de l'eau.

Il était profondément attaché aux idées religieuses et avait toujours la Bible en vue, dans ses recherches géologiques.

Voici la liste de ses principaux ouvrages : *Recherches sur les modifications de l'atmosphère* (Genève, 1772); *Lettres physiques et morales sur l'histoire de la Terre* (Lahaye, 1778-1780); *Nouvelles idées sur la Météorologie* (Londres, 1786); *Lettres*

à Blumenbach sur l'histoire physique de la Terre (Paris, 1798); *Abrégé des principes et des faits concernant la Cosmologie et la Géologie* (Brunswick, 1803); *Traité élémentaire de Géologie* (Paris, 1809); *Voyages géologiques* en Angleterre, en France, en Suisse, en Allemagne et dans le nord de l'Europe (1810-1813).

LAMBERT (JEAN-HENRI).

(Né à Mulhouse en 1728, mort à Berlin en 1777.)

Il appartenait à une famille protestante réfugiée, après la révocation de l'édit de Nantes, à Mulhouse, qui était alors une petite république dépendant de la Confédération helvétique. Son père était chargé d'une nombreuse famille, qu'il nourrissait à grand'peine. Tout en travaillant avec son père, le jeune Lambert apprit presque seul à lire, reçut ensuite les leçons d'un pasteur de la ville, se mit à lire avec avidité tous les ouvrages qu'il put se procurer, et devint, à dix-sept ans, secrétaire d'Iselin, conseiller du margrave de Bade, qui demeurait à Bâle. Là, il étudia particulièrement la Philosophie et les Mathématiques.

Chargé, en 1748, de diriger l'éducation des petits-fils du comte de Salis, il se rendit à Coire, eut à sa disposition une vaste bibliothèque, accrut considérablement ses connaissances, et se mit, dès cette époque, à écrire des mémoires pour les sociétés savantes, des articles pour les journaux suisses.

En 1756, il partit avec ses élèves pour visiter l'Allemagne, la France, l'Italie, la Hollande, employa ses voyages à accroître ses connaissances et acquit un savoir véritablement encyclopédique. En 1759, il quitta M. de Salis.

Peu après, il se rendit à Munich, à l'appel de l'électeur Maximilien-Joseph II, qui le chargea de rédiger les statuts d'une Académie des Sciences conçue sur le modèle de celle de Berlin. En même temps, il reçut le titre de professeur honoraire et fut agrégé à l'Académie de Bavière. Lambert habita ensuite Augsbourg, puis Coire, fut employé dans un travail de démarcation de frontières entre le Milanais et les Grisons, et se rendit, en 1764, à Berlin. A cette époque, il avait déjà publié plusieurs ouvrages remarquables et plusieurs Académies se l'étaient associé; aussi Frédéric II lui fit-il un excellent accueil. Il le nomma bientôt après académicien pensionnaire. Le nouvel académicien se fixa à Berlin, fut nommé, en 1770, conseiller supérieur des bâtiments, devint directeur des *Éphémérides* de Berlin, et écrivit un grand nombre de mémoires pour l'Académie.

Lambert a touché à toutes les parties de la Science et a laissé dans chacune des découvertes importantes. On lui doit les éléments de la théorie des angles imaginaires qu'il réalisait sous forme de secteurs d'hyperbole équilatère. Un angle α correspond à un secteur circulaire dont l'aire est $\frac{\alpha}{2}$ et un angle $\beta\sqrt{-1}$ à un secteur hyperbolique dont l'aire est $\frac{\beta}{2}$. Lambert avait transporté du cercle à l'hyperbole équilatère les formules relatives à l'addition ou à la soustraction, à la multiplication ou à la division des angles imaginaires; il avait même calculé les termes d'une table des sinus, cosinus et tangentes des angles imaginaires, destinée à la pratique de sa *Trigométrie hyperbolique*.

Son *Traité des comètes* contient un grand nombre de propriétés remarquables des coniques. On y trouve surtout le théo-

rème qui a été heureusement utilisé par Olbers : « Si, dans deux ellipses ayant même grand axe, on prend deux cordes égales, telles que les sommes des rayons vecteurs correspondant à leurs extrémités soient égales, les secteurs compris entre ces rayons vecteurs seront comme les racines carrées des paramètres. » Ce théorème convient aussi aux secteurs d'hyperboles de même axe transverse.

L'accélération du mouvement de Jupiter et le ralentissement correspondant de celui de Saturne, qui ont été expliqués plus tard par Laplace, faisaient le désespoir des astronomes; les erreurs des tables montaient à 22′ pour Saturne et à 8′ pour Jupiter. Lambert donna une formule empirique qui réduisait ces erreurs à 4′. « Ce fut, dit Delambre, un véritable service rendu aux astronomes. »

La *Photométrie* de Lambert est remplie d'expériences neuves sur la proportion de lumière réfléchie et réfractée sous diverses incidences par le verre; sur la déperdition de la lumière dans son passage à travers l'atmosphère, etc.

Outre ses ouvrages, Lambert a publié, dans le recueil de l'Académie de Berlin, une foule de mémoires sur toutes sortes de sujets scientifiques; un, entre autres, traite avec sagacité des moyens les plus avantageux d'employer la force musculaire de l'homme. Lambert y faisait déjà usage de la considération du travail dynamique, sous la forme du produit de la vitesse par l'effort, et il introduisait judicieusement la question du maximum de rendement, en tenant compte de la fatigue du travailleur et des interruptions nécessitées par chaque mode d'application de sa force.

Lambert a montré dans toutes ses recherches une grande

sagacité, une habileté remarquable d'expérimentateur; mais ce dont on doit le louer surtout, c'est d'avoir su, dans chacun de ses travaux, conformer les moyens employés à la nature de la question à résoudre. C'est le talent le plus rare et sans lequel les plus grands efforts n'aboutissent souvent qu'à de déplorables échecs. Appliquer le calcul à des théories que l'expérience n'a pas suffisamment préparées, ou l'expérience à des recherches qui peuvent déjà supporter l'emploi de l'analyse, sont des erreurs trop communes pour qu'il ne soit pas utile de faire ressortir les exemples contraires.

Outre les ouvrages que nous avons déjà mentionnés, Lambert a laissé : *Propriétés les plus remarquables de la route de la lumière* (La Haye, 1759); la *Perspective libre* (Zurich, 1759-1773, 2 vol.); *Photometria* (Augsbourg, 1760, in-8°); *Insigniores orbitæ cometarum proprietates* (Augsbourg, 1761); *Échelles logarithmiques* (Augsbourg, 1761); *Supplementa tabularum logarithmicarum* (Berlin, 1770); *Remarques sur les forces de la poudre* (Berlin, 1770); *Hygrométrie* (Augsbourg, 1770); *Mélanges de Mathématiques* (Berlin, 1765-1772, 4 vol. in-8°), recueil de mémoires; *Pyrométrie* (Berlin, 1772).

BLACK (JOSEPH).

(Né à Bordeaux en 1728, mort à Édimbourg en 1799.)

Il étudia la Médecine à Glasgow, puis fut chargé de la chaire de Chimie à l'Université d'Edimbourg.

Il a laissé des *Leçons de Chimie* publiées en 1803.

Il reconnut l'un des premiers, en 1756, que la calcination du calcaire lui fait perdre environ le tiers de son poids et constata d'autre part que, dans cette opération, il se dégage un *air fixe*. Il reconnut ensuite que le même air fixe résulte aussi de la calcination de la magnésie, et enfin se confond avec l'air qui s'exhale des cuves contenant la vendange.

Son principal titre scientifique est d'avoir attiré l'attention sur la chaleur latente absorbée par les corps qui passent de l'état solide à l'état liquide, ou de l'état liquide à l'état gazeux.

BAUMÉ (ANTOINE).

(Né en 1728, mart en 1804.)

Fils d'un aubergiste de Senlis, il n'eut d'autre instruction, pendant les quinze premières années de sa vie, que celle qu'il put puiser dans sa ville natale, au sein de sa famille. Après deux ans d'apprentissage chez un apothicaire de Compiègne, il vint à Paris à l'âge de dix-sept ans, et entra dans la pharmacie du célèbre Geoffroy. A vingt-quatre ans, il fut reçu maître apothicaire avec une grande distinction. « Peu de ses contemporains, dit M. Chevreul, ont autant écrit que lui; peu ont autant travaillé dans le laboratoire, et c'est grâce à ces travaux que plusieurs de ses écrits ont une valeur réelle. » De nombreux et intéressants mémoires sur la cristallisation des sels, sur les phénomènes de la congélation et de la fermentation, sur les combinaisons et les préparations des corps gras, du soufre, de l'opium, du mercure, de l'acide borique, du platine, du quinquina, etc., lui ouvrirent

les portes de l'Académie des Sciences en 1773; et lorsque le succès de l'*Encyclopédie* fit concevoir le plan du *Dictionnaire des arts et métiers*, Baumé se chargea d'écrire plus de cent articles, qui font partie de cette collection. Les divers mémoires qu'il avait antérieurement fait paraître prouvent que les procédés des manufactures lui étaient familiers. On lui devait une méthode pour teindre les draps, un procédé pour dorer les pièces d'horlogerie, des moyens pour éteindre les incendies, d'autres pour conserver le blé. Il avait aussi fait de bonnes observations sur les constructions en plâtre ou en ciment, sur les argiles et sur la nature des terres arables. Il fit avec Macquer de nombreuses expériences pour élever la fabrication de notre porcelaine au niveau de celle de la Chine. Le premier, il établit en France une fabrique de sel ammoniac, et parvint à blanchir les soies jaunes par un procédé chimique. Il perfectionna la teinture écarlate des Gobelins, et indiqua un procédé économique pour purifier le salpêtre. Il se livra à un long travail pour rendre les thermomètres comparables et perfectionner l'aréomètre qui porte son nom. Enfin, il enseigna les moyens de fabriquer avec le marron d'Inde une fécule douce et propre à faire du pain.

Ruiné par la Révolution, il rentra dans la carrière commerciale, qu'il avait abandonnée en 1780 pour donner tout son temps aux recherches de Chimie appliquée. Il avait été pensionnaire de l'Académie des Sciences en 1785; il fut élu associé à l'Institut en 1796.

Voici la liste des principaux ouvrages de Baumé : *Dissertation sur l'éther*, dans laquelle on examine les différents produits du mélange de l'esprit-de-vin avec des acides minéraux (1 vol. in-12, 1787); *Éléments de pharmacie théorique et pratique* (1 vol.

in-8°, 1762; 2e édit., 1769; 3e édit., 1773, etc.); *Manuel de Chimie* ou *Exposé des opérations et des produits d'un cours de Chimie* (1 vol. in-12, 1765); *Mémoire sur les argiles*, ou *Recherches et expériences chimiques et physiques sur la valeur des terres les plus propres à l'Agriculture, et sur les moyens de fertiliser celles qui sont stériles* (1 vol. in-12, 1770); *Chimie expérimentale et raisonnée* (3 vol. in-8°, 1773); *Mémoire sur la meilleure manière de construire les alambics et fourneaux propres à la distillation des vins* (1778); *Mémoire sur les marrons d'Inde* (1797).

Des ouvrages que nous venons de citer, les plus importants sont : les *Éléments de Pharmacie* et la *Chimie expérimentale et raisonnée*. Baumé s'y montre attaché au phlogistique, et repousse la nouvelle nomenclature chimique et la théorie de la combustion de Lavoisier. Les opinions qu'il émet s'éloignent au reste notablement de celles de Stahl. « Le feu, dit-il, est une matière essentiellement fluide, principe de la fluidité des autres corps, et toujours en mouvement... Le phlogistique est le principe des odeurs, des couleurs et de l'opacité des corps... Le phlogistique est de la plus grande fixité au feu, tant qu'il n'a pas de contact avec l'air;... lorsqu'il se combine avec les chaux métalliques, il les ressuscite en métal;... il augmente même leur pesanteur spécifique... (ce dont il n'y aurait rien à conclure dans aucun sens.) Tout ceci prouve, ajoute-t-il, que le phlogistique est fixe quand il entre beaucoup de terre dans sa composition, et qu'il est au contraire très volatil quand c'est le feu élémentaire qui prédomine sur le principe terrestre. »

CHRYSOLOGUE (NOEL-ANDRÉ).

[Né à Gy (Franche-Comté) en 1728, mort à Paris en 1808.]

Capucin, géographe et géologue. Sa *Mappemonde projetée sur l'horizon de Paris* est, paraît-il, un chef-d'œuvre, et sa *Théorie de la surface actuelle de la Terre* a obtenu de grands éloges de la part de Cuvier.

BÉZOUT (ÉTIENNE).

(Né à Nemours en 1730, mort à Paris en 1783.)

Il entra à l'Académie des Sciences en 1758 et fut nommé, en 1763, examinateur des gardes de la marine. Il a laissé un *Cours complet de Mathématiques* (1780) et une *Théorie générale des Équations Algébriques* (1779).

Le cours de Mathématiques de Bézout a longtemps servi de guide dans les écoles, mais on lui reprochait d'expliquer plus que de démontrer, ce qui nous paraît un mérite.

Bézout a doté l'Algèbre d'une théorie de la plus haute importance, celle de l'élimination; non pas que nous voulions dire que l'on ne savait pas avant lui pratiquer l'élimination d'une inconnue entre deux équations, mais parce que l'emploi des procédés antérieurs fournissait des équations résultantes encombrées de solutions étrangères.

Cette question de l'élimination a été, de la part de Bézout, l'objet de recherches longues et persistantes. Il l'a traitée avec le même bonheur de deux façons différentes, directement et au moyen de la théorie des fonctions symétriques des racines des équations algébriques.

Son second procédé avait d'abord pénétré seul dans l'enseignement. Il repose sur cette remarque, que, si les deux équations entre lesquelles il s'agit d'éliminer x sont

$$f(x, y, z \ldots) = 0 \quad \text{et} \quad \varphi(x, y, z \ldots) = 0$$

et que $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ désignant les racines de $f(x, y, z \ldots) = 0$, considérée comme une équation en x, le premier membre de l'équation résultante sera évidemment

$$\varphi(\alpha, y, z \ldots)\, \varphi(\beta, y, z)\, \varphi(\gamma, y, z \ldots) \ldots;$$

et que les coefficients de cette fonction, ordonnée par rapport à $y, z \ldots$, seront des fonctions symétriques de $\alpha, \beta, \gamma \ldots$ au calcul desquelles toute la question se réduira, par conséquent.

Mais ces fonctions s'expriment au moyen des coefficients de l'équation

$$f(x, y, z \ldots) = 0,$$

ordonnée par rapport à x, en fonction de y, z, etc., et il suffira de les remplacer par leurs formules dans le produit précédent, après l'avoir développé et ordonné.

C'est en suivant le développement de cette méthode que Bezout est parvenu à la démonstration du beau théorème qui porte son nom, relativement au degré de l'équation finale, ou résultante.

L'autre méthode d'élimination de Bézout avait peu frappé les esprits de ses contemporains, parce que la théorie des déterminants n'ayant pas encore été constituée, l'application ne pouvait guère en être faite d'une façon utile.

Elle repose sur cette remarque, que l'élimination de x entre

deux équations
$$f(x) = 0 \quad \text{et} \quad \varphi(x) = 0,$$
devant fournir, entre les autres inconnues ou variables qui entrent dans ces deux équations, la condition pour que ces équations aient une racine commune en x, cette condition équivaut à celle que la fraction
$$\frac{f(x)}{\varphi(x)}$$
soit réductible, c'est-à-dire que ses deux termes aient un facteur commun en x, au moins du premier degré; ou qu'on puisse identifier cette fraction au quotient de deux fonctions de x, de degrés respectivement moindres d'une unité que $f(x)$ et $\varphi(x)$.

Cette remarque suffit en effet : car si
$$f(x) = a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + a_2 x^{m-2} + \ldots + a_m$$
et que
$$\varphi(x) = b_0 x^n + b_1 x^{n-1} + b_2 x^{n-2} + \ldots + b_n;$$
que
$$\alpha_0 x^{m-1} + \alpha_1 x^{m-2} + \ldots + \alpha_{m-1}$$
et
$$\beta_0 x^{n-1} + \beta_1 x^{n-2} + \ldots + \beta_{n-1}$$
désignent les polynomes inconnus dont le quotient pourra être identifié à
$$\frac{f(x)}{\varphi(x)},$$
on aura pour déterminer $\alpha_0, \alpha_1, \ldots \alpha_{m-1}$ et $\beta_0, \beta_1, \ldots \beta_{n-1}$ les conditions renfermées dans l'identité
$$\begin{aligned}&(a_0 x^m + \ldots + a_m)(\beta_0 x^{n-1} + \ldots + \beta_{n-1}) \\ &- (b_0 x^n + \ldots + b_n)(\alpha_0 x^{m-1} + \ldots + \alpha_{m-1}) = 0.\end{aligned}$$

Or cette identité fournira $m+n$ équations du premier degré, homogènes, entre les $m+n$ inconnues intermédiaires $\alpha_0, \alpha_1 \ldots \alpha_{m-1}$ et $\beta_0, \beta_1, \ldots \beta_{n-1}$; et l'élimination de $m+n-1$ de ces inconnues $\alpha_0, \ldots, \alpha_{m-1}, \beta_0, \ldots \beta_{n-1}$ fournira une équation du premier degré, homogène, par rapport à l'inconnue restante, qui ainsi disparaîtra d'elle-même, comme facteur commun à tous les termes, et la suppression de ce facteur commun donnera la condition cherchée, c'est-à-dire le résultat de l'élimination.

WEDGWOOD (JOSIAH).

(Né à Burslem en 1730, mort en 1795.)

Son père et la plupart des membres de sa famille s'occupaient de la fabrication de la poterie; destiné lui-même à exercer cette industrie, il ne reçut qu'une instruction très incomplète. Il n'avait pas encore onze ans lorsque son père mourut; il dut alors entrer, comme tourneur, dans l'atelier que dirigeait son frère aîné; mais, peu après, il fut atteint de la petite vérole, et, à la suite de cette maladie, on fut obligé de lui amputer la jambe droite, ce qui le rendit impropre au métier de tourneur. Il quitta alors Burslem et s'associa avec un nommé Harrison, établi à Stoke : ce fut, à ce que l'on croit, pendant cette association, qui ne fut pas de longue durée, que commença à se développer en lui un talent tout particulier dans la fabrication de la poterie d'ornement. Il se lia ensuite avec un négociant nommé Wheildon, pour lequel il fabriqua des manches de couteau imitant l'agate et l'écaille, des assiettes à fruits en forme de feuilles et d'autres objets du même genre. Comme Wheildon tirait un profit considé-

rable de la vente de la poterie ordinaire, il ne voulut pas s'aventurer dans une nouvelle voie, et Wedgwood revint à Burslem, où, établi dans un petit atelier qui n'avait qu'un toit de chaume, il continua à fabriquer de la poterie artistique. Ses affaires prospérèrent et lui permirent d'établir une seconde manufacture de poterie blanche et une troisième, d'où sortit la faïence café au lait, qui devint si rapidement célèbre. Wedgwood présenta quelques pièces de cette nouvelle faïence à la reine Charlotte, qui lui commanda aussitôt un service complet et lui fit donner le titre de potier de la couronne. Wedgwood établit alors dans la capitale un magasin, où furent exposés les plus beaux produits de son industrie, et il trouva un auxiliaire actif dans son associé Bentley, qui, par ses connaissances scientifiques et littéraires et par ses relations avec d'éminents protecteurs des arts, lui rendit de grands services, surtout dans la partie artistique de la fabrication, et qui lui fit prêter, par de riches collectionneurs, des statues, des vases, des camées, des médaillons, des cachets, etc., propres à lui servir de modèles et dont il exécuta de belles reproductions. On cite, parmi les plus connues, celles d'échantillons de poteries antiques provenant des fouilles d'Herculanum et les copies du fameux vase Barberini. Elles étaient au nombre de cinquante, et, bien que chacune d'elles eût été vendue 1,250 francs, Wedgwood ne rentra pas dans les sommes qu'il avait dépensées pour leur exécution. A la suite d'essais sans nombre sur les différentes espèces d'argile et sur les matières colorantes, il réussit à produire des camées, des médailles et des statuettes d'une grande délicatesse, avec une substance si dure et tellement capable de résister à toutes les causes ordinaires de destruction, qu'elle semble devoir dépasser en durée même les bronzes de l'antiquité. On doit aussi à

Wedgwood l'art de peindre les vases et autres objets sans leur donner cette apparence de vernis qu'a la peinture ordinaire sur faïence. Cet art était connu des anciens Etrusques, mais le secret en était perdu depuis l'époque de Pline. Enfin, il inventa le pyromètre qui porte son nom, et qui, d'abord imaginé pour servir à régler la cuisson des pâtes destinées à fabriquer les diverses sortes de poteries, fut employé depuis par les physiciens. Ce pyromètre, fondé sur le retrait croissant qu'éprouve l'argile lorsqu'on la chauffe, est certainement loin d'être parfait, en raison surtout des variétés que peut présenter dans sa composition l'argile soumise à l'expérience; toutefois, la facilité avec laquelle chaque chef d'atelier peut en fabriquer lui-même des modèles à son usage l'a fait jusqu'ici préférer à d'autres plus exacts.

Le talent et l'énergie de Wedgwood lui avaient acquis une fortune considérable, et étaient même devenus une cause de richesse et de prospérité pour sa province natale. Ses deux manufactures, celle de Burslem et celle qu'il fonda plus tard à Etruria, village créé par lui près de Newcastle-under-Lyme, étaient devenues le foyer d'un actif mouvement industriel et commercial, et, d'après un rapport lu par Wedgwood, en 1785, à la Chambre des communes, le district du Staffordshire, au centre duquel ces manufactures étaient situées, ne comptait pas moins de 20,000 ouvriers, vivant de cette industrie. Wedgwood était devenu membre de la Société royale de Londres et de la Société des antiquaires. Il avait, en outre, pris l'initiative de plusieurs projets utiles : ainsi ce fut surtout à ses efforts que l'on dut l'établissement du canal de la Trent et de la Mersey, qui ouvrit une voie de communication entre les poteries du comté de Stafford et les côtes du Devonshire, du Dorsetshire et du comté de Kent.

Il fut aussi le fondateur et le principal directeur de la Chambre générale des manufacturiers de la Grande-Bretagne, formée en 1786 pour régulariser les relations commerciales entre l'Angleterre et l'Irlande; il fit, en outre, construire à ses frais, dans le district des poteries, une route longue de 12^{km}. Il fit toujours l'usage le plus généreux de la fortune qu'il ne devait qu'à son travail.

Il a publié plusieurs mémoires dans les *Transactions philosophiques*.

INGENHOUSZ (JEAN).

(Né à Bréda en 1730, mort en 1799.)

Médecin de Marie-Thérèse, puis de Joseph II, physicien et chimiste. C'est lui qui imagina d'employer pour les machines électriques les plateaux de verre, dont on se sert encore aujourd'hui, au lieu des cylindres creux qu'on employait autrefois et qui n'étaient jamais assez bien assujettis pour que le frottement fût très efficace.

FONTANA (L'ABBÉ).

[Né en 1730 à Pomarole (Tyrol), mort en 1805.]

Il observa le premier dans le chara, plante aquatique formée de petites tiges creuses et transparentes, articulées les unes aux autres et séparées par de petits diaphragmes, le mouvement alternatif de montée et de descente de petits corpuscules, dans le fluide qui remplit les tiges.

CAMERER.

(Né vers 1730.)

Il a laissé un traité intéressant sur le problème de mener un cercle tangent à trois cercles donnés. Il y a joint : *Appollonii de tactionibus quæ supersunt, ac maxime lemmata Pappi in hos libros græce, nunc primum edita e codicibus inseptis, cum Vietæ librorum Apollonii restitutione, adjectis observationibus, computationibus ac problematis appolloniani historia.* (Gotha 1795.)

BOSSUT (CHARLES).

(Né à Tarare, près de Lyon, en 1730, mort en 1814.)

Il obtint de bonne heure la protection de Clairaut, et celle de d'Alembert qui devait se l'associer plus tard pour la partie mathématique de l'Encyclopédie. Il partagea, en 1760, avec l'un des fils de Daniel Bernoulli le prix proposé par l'Académie de Lyon *sur la meilleure forme des rames* et, l'année suivante, avec le fils d'Euler le prix *sur l'arrimage* proposé par l'Académie des Sciences. Il remporta un autre prix en 1762 dans un concours *sur la théorie des planètes.* L'Académie de Toulouse couronna aussi plusieurs de ses mémoires.

Il fut nommé à vingt-deux ans examinateur pour l'École du génie de Mézières, fut admis à l'Académie des Sciences en 1768 et obtint une chaire d'Hydrodynamique, créée pour lui au Louvre. Il rentra dans la retraite à l'époque de la Révolution.

Il fut, sous l'Empire, élu membre de l'Institut et nommé examinateur à l'École Polytechnique.

Outre son *Histoire des Mathématiques*, qui est de 1802, l'abbé

Bossut a laissé un cours complet de Mathématiques (1765), un *Traité de Mécanique* (1792) et des mémoires concernant la Navigation, l'Astronomie et la Physique. Il a donné aussi une édition des œuvres de Pascal.

Nous ne dirons rien des ouvrages didactiques de Bossut : ils ont vécu le temps que vivent les ouvrages de ce genre, vingt ou trente ans, au bout desquels les méthodes ayant changé, les élèves doivent recourir à de nouveaux guides; mais l'*Histoire des Mathématiques* mérite un examen spécial. Outre que celle de Montucla était déjà fort en retard, elle présentait quelques défauts : très prolixe en détails insignifiants, et d'ailleurs peu authentiques, sur l'antiquité, elle effleurait seulement les grands sujets que présente la période moderne; la facture, au reste, en était lourde. Bossut a su débarrasser son sujet de beaucoup de discussions oiseuses sur l'antiquité, et son style net, clair et facile, pourrait en bien des endroits servir de modèle.

L'histoire de la Géométrie ancienne, dans l'ouvrage de Bossut, est à peu près parfaite; mais la seconde partie de cet ouvrage comporte bien des critiques. En premier lieu, Bossut n'a rien compris à la révolution qui a marié les recherches jusque-là stériles de Diophante et des arithméticiens arabes à celles des géomètres grecs. Non seulement il ne décrit par les efforts de Tartaglia, de Cardan, de Viète, pour fonder l'application de l'Algèbre à la Géométrie, mais il ne paraît pas même les apercevoir; il raconte les découvertes de ces géomètres, mais sans voir qu'elles ouvrent un nouveau monde. La réduction du concret à l'abstrait, de la grandeur à sa mesure, par l'intervention d'une unité, la substitution des calculs sur les nombres aux combinaisons sur les figures, ne sont pas même signalées; ainsi l'histoire d'une des plus grandes

évolutions qu'ait effectuées l'esprit mathématique manque totalement dans l'*Histoire des Mathématiques* de Bossut.

L'intervention de l'Algèbre dans les spéculations purement géométriques a, presque dès l'abord, créé une nouvelle série d'idées entièrement modernes, que Bossut n'entrevoit pas davantage ou qu'il n'aperçoit que dans leurs applications. Nous voulons parler de la méthode des modernes pour la découverte des conditions de possibilité des problèmes par la discussion des formules littérales, et de l'interprétation des solutions négatives ou imaginaires, à laquelle a abouti l'esprit de généralisation. Le calcul symbolique des formules des grandeurs impossibles (négatives ou imaginaires) n'obtient pas même une remarque dans cette histoire.

L'invention des calculs différentiel et intégral est bien présentée ; toutefois la part qu'y eurent Descartes et Fermat, Roberval et Pascal est complètement passée sous silence.

Quant aux jugements portés par Bossut, ils sont souvent partiaux et erronés. Ainsi la prépondérance qu'il accorde à Harriot et à Wallis, sur Descartes, en Algèbre, est tellement absurde qu'on ne se l'explique même pas. D'un autre côté, le persifflage dont Bossut accable Descartes au profit de Newton, à propos des théories de l'émission et des ondulations est très regrettable. Descartes avait sans doute eu tort de donner une forme trop positive à ses idées, assurément fort vagues, sur la lumière et la chaleur : mais, outre que Descartes avait précédé Newton de beaucoup, les théories de Newton ne reposaient en définitive que sur des hypothèses qu'on a dû ensuite abandonner.

DUHAMEL (JEAN-PIERRE-FRANÇOIS-GUILLOT).

[Né à Nicorps (près Coutances) en 1730, mort en 1816.]

Il passa quelque temps dans l'étude d'un procureur, qu'il quitta pour se rendre auprès d'un de ses oncles, ancien ingénieur. Celui-ci lui apprit les Mathématiques et, frappé des progrès du jeune homme, l'envoya à Paris, où il entra à l'École des ponts et chaussées. Trudaine, directeur de cette école, ayant projeté à cette époque la création d'une école des mines, fit donner à de Jars et à Duhamel la mission de se rendre en Allemagne pour y étudier les procédés employés dans ce pays pour l'extraction du minerai, car l'art des mines était alors à peu près inconnu en France. « Cet art, né en Allemagne dans le moyen âge, y était demeuré, dit Cuvier, à peu près concentré dans les mains des hommes du métier. A peine quelques traités de métallurgie ou de docimasie commençaient-ils à se répandre en France par des traductions imparfaites. » Il s'agissait, par conséquent, d'aller apprendre, de la bouche des ouvriers et par l'étude de leurs travaux, quels sont les terrains qui recèlent les mines, les lois de leur gisements, les moyens de les exploiter, comme d'en purifier les produits, et de former du tout un corps de doctrine. Telle était la tâche des deux jeunes savants.

Ils commencèrent par visiter les mines du Forez, des Vosges, des Pyrénées (1754-1756), puis se rendirent dans le Hartz, en Saxe, en Autriche et en Hongrie. De retour en France, Duhamel trouva le projet de Trudaine abandonné. Pour vivre, il prit, en 1764, la direction d'un fonderie appartenant à un particulier, apporta de grandes modifications aux procédés de fabrication, doubla les bénéfices, en diminuant de beaucoup les frais et,

dès 1767, fabriqua des aciers qui ne le cédaient en rien à ce que l'industrie anglaise produisait alors de plus parfait en ce genre.

Nommé, en 1775, commissaire du conseil pour l'inspection des forges et fourneaux, il apporta de grands perfectionnements dans l'art des mines. Il inventa un instrument destiné à mieux suivre la direction des filons, trouva d'excellents procédés pour extraire l'argent du cuivre, pour retirer l'or et l'argent des cendres, pour tirer partie des galènes les plus pauvres, pour traiter sans perte les riches minerais de fer, pour utiliser la plupart des scories du plomb, etc.

En récompense de ses travaux, il reçut une chaire d'exploitation et de métallurgie à l'École des mines, créée par de Calonne, et un fauteuil à l'Académie des Sciences.

Un moment privé de ses places pendant la Terreur, il les recouvra après le 9 thermidor, et devint en même temps inspecteur général des mines.

Duhamel, à une grande bonté et à une rare modestie, unissait un grand désintéressement. C'est ainsi qu'en 1777 il livra au public son procédé pour la cémentation de l'acier, sans même prendre la peine de faire constater son droit de priorité. On a de lui des *Mémoires*, dans le *Recueil de l'Académie des Sciences,* des articles dans le *Journal des mines,* dans l'*Encyclopédie méthodique*, dans le *Dictionnaire métallurgique*, etc. ; une *Géométrie souterraine élémentaire, théorique et pratique* (Paris, 1788, in-4°), ouvrage fort estimé qui a été longtemps le manuel de nos directeurs de mines et qui a été traduit en allemand; enfin un *Dictionnaire portatif*, *français-allemand*, *contenant les mots techniques relatifs à l'art d'exploiter les mines* (*Paris*, 1800, *in-4°*).

MESSIER (CHARLES).

[Né à Badonviller (Lorraine) en 1730, mort à Paris en 1817.]

Orphelin à onze ans et le dixième de douze enfants, il vint à Paris en 1751, sans autres recommandations qu'une bonne écriture et les premiers éléments du dessin.

Delisle le prit chez lui pour tenir ses registres d'observations; son secrétaire le forma aux observations journalières et principalement à la recherche des comètes.

Il fut nommé en 1758 commis du dépôt des cartes de la marine.

Delisle exigeait de lui qu'il gardât ses découvertes absolument secrètes. Ils observèrent ensemble, du 21 janvier au 14 février 1759, la comète de Halley, qu'on attendait avec tant d'impatience, sans avertir les astronomes de sa réapparition.

Pendant plus de quinze ans il découvrit à lui seul plus de comètes que tous les astronomes ensemble. Il entra à l'Académie des Sciences en 1770 et fut ensuite de l'Institut.

CAVENDISH (HENRI).

(Né à Nice en 1731, mort à Londres en 1810.)

Il était le second fils de lord Charles Cavendish, duc de Devonshire. Comme tous les cadets de famille en Angleterre, il n'eut d'abord à sa disposition qu'un fort modeste patrimoine. Au lieu de briguer quelque sinécure ou de chercher dans la carrière des fonctions publiques un supplément à ses ressources, le jeune homme se livra à l'étude des Sciences avec ardeur, avec passion,

et ne tarda pas à faire des découvertes qui ont largement contribué aux progrès de la Chimie moderne. Les écrits où il les expose sont autant de chefs-d'œuvre de sagacité et de méthode. Ses expériences sur l'air atmosphérique, dont il a donné la première analyse exacte, et dans lequel il a montré la présence du gaz acide carbonique ; la découverte de la composition de l'eau et de l'acide nitrique; celle des propriétés du gaz hydrogène; la détermination de la densité moyenne du globe, etc., constituent des titres à une gloire scientifique des plus légitimes et des plus brillantes. Ce qu'on admire surtout dans Cavendish, c'est une précision exacte, rigoureuse, inflexible, dans toutes ses expériences, précision qui a eu pour avantage de le conduire à des découvertes qui avaient échappé à des savants de premier ordre, tels que Scheele et Priestley.

En 1773, un oncle de Cavendish, qui avait réalisé une immense fortune aux Indes, revint en Angleterre. Mécontent que la famille eût négligé son neveu, dont il avait reconnu le mérite, il en fit à sa mort son unique héritier. Cavendish, pourvu tout à coup de trois cent mille livres de rente, se trouva ainsi le plus riche de tous les savants. Mais il ne changea rien pour cela à la simplicité de ses habitudes. C'était un homme singulier, et savamment singulier. Parmi les nombreux problèmes qu'il avait résolus, il mettait au premier rang celui de ne perdre ni une minute ni une parole : et il en avait trouvé en effet une solution si complète, qu'elle doit étonner les hommes les plus économes de temps et de mots. Ses gens connaissaient à ses signes tout ce qu'il lui fallait, et, comme il ne leur demandait presque rien, ce genre de dictionnaire n'était pas très étendu. Il n'avait jamais qu'un habit, que l'on renouvelait à des époques fixes, toujours avec du drap

de même qualité et de même couleur. Enfin l'on va jusqu'à dire que quand il montait à cheval il devait trouver ses bottes toujours au même endroit, et le fouet dans l'une des deux, toujours la même. Une occasion d'assister à quelques expériences nouvelles, ou de converser avec quelqu'un qui pût l'instruire ou qui eût besoin de ses instructions, était seule capable d'interrompre l'ordre établi; ou plutôt ce genre d'interruption, étant prévu, faisait lui-même partie de cet ordre. Alors Cavendish s'abandonnait tout entier au plaisir de causer, et la conversation ne s'arrêtait point que tout ne fût éclairci. Dans tout le reste, son train de vie avait la régularité et la précision de ses expériences. Quant il fut devenu plusieurs fois millionnaire, on ne s'en aperçut qu'à quelques signes de plus, imaginés pour indiquer l'emploi que l'on devait faire de l'excédent de son revenu. Encore, pour obtenir ces nouveaux signes, fallait-il que son banquier le pressât à plusieurs reprises. Ce banquier l'avertit un jour qu'il avait laissé s'accumuler jusqu'à dix-huit cent mille francs, et que l'on ne pouvait plus sans honte garder une si forte somme en simple dépôt; ce qui prouve assurément autant de délicatesse d'un côté que d'insouciance de l'autre. Il arriva ainsi que de signes en signes et de placements en placements, Cavendish finit par laisser trente millions. Cependant il s'était constamment montré généreux et bienfaisant. Il avait soutenu et avancé plusieurs jeunes gens qui annonçaient du talent; il avait créé une grande bibliothèque et un cabinet de Physique très riche, et il les avait consacrés si complètement au public, qu'il ne s'était réservé aucun privilège, empruntant ses propres livres avec les mêmes formalités que les étrangers, et s'inscrivant comme eux sur le registre du bibliothécaire. Un jour, le gardien de ses instruments de Physique vint lui dire avec

humeur qu'un jeune homme avait cassé une machine très précieuse et qui avait coûté très cher. « Il faut, répondit-il, que les jeunes gens cassent des machines pour apprendre à s'en servir; faites-en faire une autre. »

La vie réglée de Cavendish lui a donné des jours longs et exempts d'infirmités. Jusqu'à la fin de sa vie, il a conservé l'agilité de son corps et la force de son génie; il dut probablement à la réserve de ses manières, au ton modeste et simple de ses écrits, cet autre avantage non moins grand, celui dont les hommes de génie jouissent le plus rarement, que jamais la jalousie ni la critique ne troublèrent son repos. Il est mort plein de jours et de gloire, chéri de ses émules, respecté de la génération qu'il avait instruite, célébré dans l'Europe savante, offrant à la fois au monde le modèle accompli de ce que tous les savants devraient être, et l'exemple touchant du bonheur qu'ils devraient avoir en partage. Il mourut à Clapham-Common, près de Londres, à l'âge de soixante-dix-neuf ans. — Cavendish était membre de la Société royale de Londres depuis 1760 et de l'Académie des Sciences de Paris depuis 1802. Tous ses écrits ont été insérés dans les *Transactions phylosophiques.*

La plus célèbre des expériences de Cavendish est celle par laquelle il détermina la densité du globe terrestre. L'idée ne lui en appartenait pas, elle est due à Mitchell, aussi bien que l'appareil même dont Cavendish fit usage. Cet appareil se composait essentiellement d'un levier horizontal à bras égaux, suspendu par son milieu à l'extrémité d'un fil métallique sans torsion, et terminé à ses deux bouts par de petites balles en plomb, de même masse, qui pouvaient être écartées de leur position naturelle d'équilibre par l'attraction combinée de deux sphères massives,

pesant chacune 158^{kg}, qui, portées par une règle tournant autour de son milieu, situé dans le prolongement du fil, à une très petite distance de son extrémité, étaient amenées près des deux petites sphères mobiles; l'appareil était enfermé dans une chambre où l'on n'entrait pas pendant l'expérience, les déviations du levier s'observant du dehors au moyen de lunettes fixes munies de réticules dont les lignes de visée, lors de l'équilibre naturel du levier, aboutissaient aux divisions o d'arcs en ivoire fixés aux deux petites balles, tandis qu'elles pouvaient tomber sur les autres divisions, lorsque le levier était dérangé de sa position primitive. Lorsque les grosses sphères étaient approchées des petites, l'équilibre s'établissait entre la force attractive exercée par elles et la réaction du fil. Cette réaction, proportionnelle à l'angle d'écart, se réduisait en définitive à un couple de forces appliquées aux deux petites balles et qui devaient être égales et directement opposées aux attractions exercées sur elles par les deux grosses sphères placées sur le cercle qu'elles pouvaient décrire. Chacune des forces du couple représentant la réaction du fil avait été préalablement déterminée conformément à la théorie de la balance de torsion, au moyen de la durée d'une oscillation du levier, non influencé par les grosses boules, que l'on plaçait momentanément aux extrémités du diamètre perpendiculaire à celui dans la direction duquel s'établissait l'équilibre naturel. Dans la machine employée par Cavendish, ces forces étaient représentées par

$$\frac{1}{818}\,\frac{pn}{t^2},$$

p désignant le poids d'une des petites balles, t le temps d'une oscillation, compté en minutes, et n le nombre des divisions des

deux arcs en ivoire qui mesuraient l'amplitude d'une oscillation.

D'un autre côté, d désignant la distance des centres d'une des grosses sphères et de la petite balle voisine, f l'attraction à l'unité de distance de deux masses égales à l'unité, et P le poids d'une des grosses sphères, l'attraction qui équilibrait la réaction du fil était

$$\frac{fPp}{g^2d^2};$$

par conséquent, n désignant le nombre des divisions qui mesuraient l'écart, on avait pour déterminer f, la relation

$$\frac{fP}{g^2d^2}=\frac{1}{818}\,\frac{n}{t^2},$$

d'où

$$f=\frac{1}{818}\,\frac{g^2d^2n}{Pt^2}.$$

Cette même force f, en désignant par Q le poids de la terre et par R son rayon, devait d'ailleurs être donnée par la relation

$$\frac{fpQ}{g^2R^2}=p \quad \text{d'où} \quad f=\frac{g^2R^2}{Q}.$$

On avait donc, pour déterminer Q, la condition

$$\frac{g^2R^2}{Q}=\frac{1}{818}\,\frac{g^2d^2n}{Pt^2},$$

d'où l'on tire

$$Q=818\,\frac{R^2}{d^2}\,\frac{t^2}{n}P.$$

En désignant par D la densité moyenne de la terre, le poids Q

serait représenté par

$$Q = \frac{4}{3}\pi R^3 D$$

D devait donc être donné par la formule

$$D = \frac{3 \times 818}{4\pi} \frac{t^2}{n} \frac{1}{R d^2} P.$$

Cavendish a successivement employé deux fils oscillant en des temps très différents et il a trouvé dans les deux cas 5,48 pour la densité moyenne de la Terre, comparée à l'eau.

WOLLASTON (FRANÇOIS).

(Né en 1730, mort en 1805.)

Il fit ses études à l'université de Cambridge et s'y appliqua en même temps à la Théologie et à l'Astronomie. Il entra ensuite dans les ordres et, après avoir exercé en différents endroits les fonctions de son ministère, il devint en dernier lieu recteur de Chislehurst, dans le comté de Kent. Il n'en continua pas moins à cultiver sa science favorite et fut élu membre de la Société royale de Londres. On a de lui : *Adresse au clergé d'Angleterre et à tous les chrétiens* (1772); *Observations astronomiques*, insérées dans les *Transactions philosophiques* (années 1773, 1775, 1784); *Fasciculus astronomicus*, ouvrage qui renferme des observations sur la région septentrionale circumpolaire (1800); *Tableau des cieux* (1811).

WILCKE (JOANN-KARL).

(Né à Wismar en 1732, mort à Stockholm en 1796.)

Il publia, en 1768, la première carte que l'on ait eue de l'inclinaison magnétique.

LEFRANÇAIS DE LALANDE (JOSEPH-JÉRÔME).

(Né à Bourg-en-Bresse en 1732, mort à Paris en 1807.)

Les jésuites, à qui fut confiée son éducation, l'élevèrent dans les pratiques les plus minutieuses de la dévotion. A l'âge de dix ans, Lalande composait des romans mystiques et des sermons qu'on lui permettait de débiter en chaire. Son père le plaça ensuite au collège de Lyon, où, pendant sa rhétorique, il montra le désir de se consacrer au barreau. La grande éclipse de Soleil de 1748 le détermina pour l'Astronomie. Ses parents l'ayant envoyé à Paris pour y faire son droit, il obtint de Delisle la permission de prendre part à ses observations; il suivit en même temps le cours que professait cet astronome au Collège de France, et devint, bientôt après, sans toutefois abandonner son premier maître, l'élève de Lemonnier, qui lui fit obtenir, à vingt ans, une mission assez délicate. Lacaille, en partant pour le Cap, avait publiquement invité tous les astronomes de l'Europe à concourir au succès de son expédition par des observations qui seraient confrontées avec celles qu'il allait faire lui-même. Lemonnier se fit donner la mission d'aller observer à Berlin; puis, quand tout fut prêt pour son départ, il se fit remplacer par Lalande, que Frédéric accueillit avec bonté, tout en montrant un grand étonnement de voir un si jeune homme chargé d'observations si importantes. Lalande.

bientôt reçu membre de l'Académie de Berlin, travaillait utilement avec Euler, et réformait ses idées dans la conversation de Maupertuis, d'Argens, de Lamettrie et des autres philosophes réunis à la cour du roi de Prusse. Il publia, dès 1752, une notice sous ce titre : *Domini de Lalande, astronomi regii, de observationibus suis berolinensibus, ad parallexin lunæ definiendam.* L'Académie des Sciences récompensa ce travail en nommant Lalande, à vingt et un ans, à une place d'astronome vacante depuis plusieurs années.

Lalande, qui avait beaucoup de vénération pour Lacaille, fit tous ses efforts pour se faire associer par ce grand homme à ses travaux. Lemonnier, qui détestait Lacaille, vit avec le plus grand dépit la direction que tendait à prendre Lalande; il l'attaqua sans réflexion, Lalande répondit sans ménagement, et Lemonnier rompit entièrement avec son ancien élève. Lalande ne put jamais rentrer en grâce; il disait que son maître lui avait gardé rancune « pendant une révolution entière des nœuds de la lune. »

Il commença, vers 1753, à travailler à la théorie des planètes, dont il s'est occupé ensuite tout le reste de sa vie. Il fit construire à cette époque un héliomètre de 18 pieds pour la détermination des diamètres apparents, dont il rectifia, pour plusieurs, notamment pour ceux de la lune et du soleil, les valeurs acceptées avant lui.

Il donna, en 1759, une nouvelle édition améliorée des Tables de Halley pour les planètes et les comètes, augmentée des Tables des satellites de Jupiter, par Wargentin, du catalogue de Lacaille et de l'histoire de la fameuse comète de Halley. Il n'avait pas encore réuni les éléments nécessaires pour donner des Tables entièrement neuves.

Il fut, en 1760, chargé de la rédaction de la *Connaissance des Temps*, et y fit entrer, pour la première fois, en 1760, de nombreuses notices biographiques. Cet usage s'est conservé depuis. La méthode de Lacaille, pour la détermination des longitudes par l'observation des distances de la lune au soleil et aux étoiles, venait d'être adoptée, en Angleterre, à la recommandation de Maskelyne; Lalande disposa la publication dont il était chargé, et qui, comme on le sait, est principalement faite pour nos marins, de manière à rendre facile l'application de cette méthode.

Delisle, presque octogénaire, lui abandonna, en 1762, sa chaire de professeur d'Astronomie au Collège de France; Lalande l'a occupée avec éclat jusqu'à ses derniers jours. Il y a formé un grand nombre de disciples, parmi lesquels on distingue Henry, Barry, Piazzi, d'Agelet, Le Français de Lalande, son neveu, enfin Méchain. Il attirait chez lui, pour les former aux observations et aux calculs, ceux de ses jeunes auditeurs qu'il voyait les plus attentifs, et allait même jusqu'à les prendre en pension, pour trouver le moyen de les aider en réduisant leurs dépenses.

La première édition de son grand *Traité d'Astronomie* est de 1764. C'était, sous tous les rapports, l'ouvrage le plus complet qu'on eût encore publié sur cette Science.

Lalande était, en 1769, à la tête des astronomes français, et se trouva naturellement investi, pour le passage de Vénus de cette année, des mêmes fonctions centralisatrices dont Lacaille avait été chargé pour le passage de 1761. Mais son autorité, beaucoup moins grande, ne fut pas aussi généralement acceptée. Les expéditions dirigées par Hell, en Finlande, Green et l'amiral Cook, à Taïti, et qui produisirent les meilleurs résultats, avaient été

disposées en secret. Lalande publia, en 1772, les résultats des calculs qu'on lui avait transmis, et, par précaution, essaya de jeter des doutes sur les observations qui n'avaient pas été adressées à Paris. Tout cela ne profita pas à la gloire de l'Astronomie française. La parallaxe du soleil fut alors fixée à peu près à 8″,6. Lalande et Hell trouvèrent bientôt d'autres motifs de se quereller; mais, à la mort de Hell, Lalande s'empressa de revenir sur les jugements précipités qu'il avait portés.

Une autre affaire singulière lui tomba sur les bras, à la même époque (1773) : il avait préparé, pour une lecture publique à l'Académie, un Mémoire sur les comètes, qu'une circonstance indifférente l'empêcha de communiquer. Le public, on ne sait pourquoi, se figura que Lalande avait dû prédire la destruction de notre planète. L'émotion fut telle, que le lieutenant de police voulut avoir communication du Mémoire. N'y ayant trouvé rien d'alarmant, il en ordonna la publication; mais le public resta persuadé qu'on avait obligé Lalande à changer le texte de son manuscrit.

La même année 1773, sa légèreté et sa manie de discussion lui suscitèrent une querelle avec Cassini de Thury, qui n'était pas à sa hauteur comme astronome, mais qu'il attaqua avec une véhémence injustifiable. Son pamphlet avait été reçu avec une telle défaveur par l'Académie, que Lalande fut presque sur le point de s'expatrier. Voici une autre aventure du même genre : Bernardin de Saint-Pierre s'était imaginé innocemment que la terre est allongée dans le sens des pôles, et que le flux et le reflux de la mer sont dus à la fonte des glaces; Lalande se moqua trop malicieusement de cette idée bizarre, et Bernardin de Saint-Pierre l'attaqua à outrance dans la préface de *La Chaumière*

indienne. Ce fut Delambre qui apaisa cette nouvelle querelle.

Un passage de Mercure devait avoir lieu le 3 mai 1786. Lalande eut l'imprudence de l'annoncer la veille, dans le *Journal de Paris*, précisant jusqu'à la seconde l'heure de la fin du phénomène. Les tables étaient loin encore d'être assez parfaites pour qu'il fût possible de donner une approximation comparable à celle à laquelle prétendait Lalande; il se trompa de 40^{min}, et en fut d'autant plus honteux que Mercure était justement celle des planètes qui l'avait le plus occupé. Cette erreur n'enlève rien à son mérite, elle montre seulement que le progrès est lent. Deux siècles auparavant, Hévélius avait attendu quatre jours un passage analogue; de quatre jours à 40 minutes, la différence est déjà grande.

L'un des derniers ouvrages auxquels Lalande donna ses soins est le complément de la seconde édition de l'*Histoire des Mathématiques*, de Montucla, qu'il fit paraître en 1802, après la mort de l'auteur, d'après les manuscrits qu'il avait laissés, mais avec des additions de divers savants et de lui-même.

Outre ses nombreux ouvrages, Lalande avait inséré plus de 150 mémoires dans le recueil de l'Académie. Il avait donné des articles intéressants au supplément de l'*Encyclopédie*, et avait refondu, en 1789, pour l'*Encyclopédie méthodique*, tous les articles d'Astronomie de cette collection.

« Lalande, dit Delambre, n'a point renouvelé la Science astronomique dans ses fondements, comme Copernic et Kepler; il ne s'est point immortalisé, comme Bradley, par deux découvertes brillantes; il n'a point été un théoricien aussi savant et aussi précis que Mayer; il n'a point été, au même degré que Lacaille, un observateur et un calculateur exact, adroit, industrieux,

scrupuleux et infatigable; il n'a point eu, comme Wargentin, la constance de s'attacher à un objet unique, pour être seul dans un rang à part; mais, s'il n'est à tous ces égards qu'un astronome de second ordre, il a été le premier de tous comme professeur : plus qu'un autre, il a su répandre l'instruction et le goût de la Science. Il voulut être utile et célèbre, et il sut y réussir par ses travaux, par son activité, par son crédit et ses sollicitations; enfin, en entretenant une correspondance très étendue avec les savants. Il chercha sans cesse à faire le bien de l'Astronomie, et voulut la servir même après sa mort, par la fondation d'une médaille que l'Académie des Sciences décerne chaque année à l'auteur de l'observation la plus intéressante, ou du mémoire le plus utile aux progrès de l'Astronomie. »

Il aimait, d'ailleurs, à faire parler de lui, n'importe comment, et il disait lui-même : « Je suis toile cirée pour les injures, et éponge pour les louanges. » Il poussait l'amour du bruit et de la popularité jusqu'à s'installer, la nuit, sur le Pont-Neuf, avec un télescope, pour montrer les étoiles aux passants; jusqu'à faire annoncer dans les journaux qu'il allait se rendre en ballon à un congrès de savants à Gotha, sauf à se faire descendre au bois de Boulogne.

Malgré ces travers, Lalande était un excellent homme qui aimait et servait ses amis.

Quoique d'une complexion assez faible, Lalande jouit cependant d'une assez bonne santé. L'exercice du cheval, la diète, l'eau et les longues courses composaient toute son hygiène. Malheureusement, il poussa trop loin son système : attaqué depuis trois ans d'une phtisie pulmonaire, il n'en sortait pas moins tous les jours par tous les temps. Il conserva jusqu'à sa mort le même

sang-froid, la même netteté dans les idées et toute sa présence d'esprit.

La longue carrière de Lalande n'a guère eu, pour les progrès de l'Astronomie, d'autre résultat qu'une plus grande exactitude dans les évaluations numériques des diamètres apparents, des parallaxes, de la diminution de l'obliquité de l'écliptique et des variations séculaires des orbites des planètes.

Voici la nomenclature de ses principaux ouvrages : *Mémoires sur la parallaxe de la Lune et sur sa distance à la Terre* (1752-1787); *Mémoire sur les Équations séculaires* (1757); *Traité d'Astronomie* (1764); *Mémoires sur la théorie de Mercure* (1766-1786); *Mémoires sur les taches du Soleil et sur sa rotation* (1776-1778); *Mémoires sur la planète d'Herschel* (1779-1787); *Mémoire sur la durée de l'année solaire* (1782); *Astronomie des Dames* (1785-1806); *Observations de huit mille étoiles boréales* (1789-1790).

Lalande a rédigé presque entièrement la partie du troisième volume de la seconde édition de l'*Histoire des Mathématiques*, de Montucla, qui se rapporte à l'Astronomie moderne.

Il a aussi publié de nombreux articles dans l'*Histoire de l'Académie des Sciences*, la *Connaissance des Temps*, le *Journal des Savants*, les *Acta Eruditorum*, de Leipzig, etc.

MASKELYNE (NEVIL).

(Né à Londres en 1732, mort en 1811.)

Il trouva sa vocation dans le spectacle de l'éclipse de soleil

de 1748; il se lia bientôt avec Bradley, d'après les observations duquel il construisit sa table des réfractions, la seule employée pendant longtemps. Il fut envoyé à Sainte-Hélène, en 1761, pour y observer le passage de Vénus sur le soleil; mais ce voyage ne fut d'aucune utilité directe, l'observation ayant été empêchée par le mauvais temps. Il en rapporta cependant l'idée du mode de suspension encore en usage aujourd'hui pour les fils à plomb des secteurs. Il publia, en 1763, un *Guide du marin*. Il y proposait à l'Angleterre d'adopter le plan d'almanach nautique tracé par Lacaille; il fut chargé de mettre ce plan à exécution. Il fut appelé, en 1765, à la direction de l'observatoire de Greenwich, où il demeura pendant quarante-sept ans.

C'est de lui qu'on a appris à disposer cinq fils parallèles dans la lunette méridienne et à observer successivement, à l'aide d'un oculaire mobile, les cinq passages, pour prendre la moyenne des temps.

Les observations de Bradley ont été publiées par ses soins; les siennes l'étaient aux frais de la Société Royale. Ce n'est qu'à cette époque qu'on a commencé à obtenir des gouvernements les fonds nécessaires à la publication si indispensable des résultats des recherches effectuées dans les observatoires.

Bouguer avait déjà, au Pérou, constaté la déviation produite sur le fil à plomb par l'attraction d'une montagne. Maskelyne répéta l'expérience en Ecosse et en tira un moyen d'en déduire la densité moyenne du globe. Il établit successivement au nord et au sud du mont Shehallien deux postes d'observation et trouva pour la somme des déviations 11″,6; d'un autre côté, Hutton, en 1778, cuba la montagne et en détermina la densité. De l'ensemble des résultats obtenus dans ces deux opérations, on a pu

conclure que la densité moyenne du globe est à peu près cinq fois celle de l'eau. Cavendish a trouvé depuis 5,48.

Les observations des astronomes envoyés par l'Angleterre en divers points du globe, pour le passage de Vénus, furent centralisées entre les mains de Maskelyne, qui en conclut pour la parallaxe du soleil 8″,8. On admet aujourd'hui 8″,5.

Maskelyne a été pendant neuf ans l'un des huit associés étrangers de notre Institut. Tous les astronomes de l'Europe avaient pour lui la plus grande estime.

MASON (CHARLES).

(Né vers 1732.)

Il était aide de Bradley, à Greenwich, lorsque les tables de Mayer pour la lune furent envoyées à Londres, en 1755. Masou les compara à 1,200 observations faites par Bradley et les trouva singulièrement conformes. Toutefois, Maskeline conçut l'espoir de les améliorer encore et confia ce travail à Mason. Ces tables revisées ont paru sous le titre : *Mayer's lunar tables improved by Charles Mason, published by order of the Commissioners of longitude* (1787). Lalande les a reproduites en 1792 dans son Astronomie.

Mason, envoyé en Pensylvanie pour y tracer des délimitations de territoires, voulut profiter de son voyage pour mesurer, avec son collaborateur Dickson, un arc du méridien. Il mourut pendant l'opération.

TRUDAINE DE MONTIGNY (JEAN-CHARLES-PHILIBERT), FILS DE DANIEL-CHARLES TRUDAINE.

[Né à Clermont (Auvergne) en 1733, mort en 1777.]

Il reçut, sous les yeux de son père, l'éducation la mieux entendue et l'instruction la plus élevée. Après une étude approfondie des lois, il apprit de Clairaut, dont il est resté l'ami jusqu'à sa mort, tout ce qu'on savait alors de Mathématiques, et étudia l'Histoire naturelle, la Chimie et la Physique sous les meilleurs maîtres. Il suivit ensuite les cours des ponts et chaussées; il possédait à fond l'anglais, l'italien et l'allemand. Il avait vingt-cinq ans lorsque son père obtint qu'il lui fût adjoint dans sa place d'intendant des finances, avec promesse de la survivance (1757); il fut chargé des quatre départements des fermes générales, du commerce, des manufactures et des ponts et chaussées. Trudaine rêvait déjà l'unité d'impôt, à laquelle nous n'avons pas encore pu parvenir, et cherchait surtout à faire supprimer toutes ces taxes peu importantes par leurs produits, dont la perception exige d'innombrables employés et entraîne des vexations insupportables. Mais, subordonné toujours à des ministres imbus d'autres idées, il ne put obtenir que des améliorations de détail. Il put cependant faire l'expérience de ses idées dans le petit pays de Gex, auquel il rendit un peu de calme, avec le concours de Voltaire. Une contribution unique, consentie par les états eux-mêmes, remplaça cette foule d'impôts dont la perception, en raison de la position géographique du pays, séparé de France par une chaîne des Alpes, et contigu à la Suisse, exigeait un déploiement spécial d'agents.

Trudaine rendit des services plus importants dans le départe-

ment du commerce. Il était partisan déclaré de la liberté illimitée du commerce en général et pensait que les lois les plus sagement combinées ne produiraient pas le bien que la liberté peut donner. Mais c'est surtout dans le commerce des subsistances que toute atteinte à la liberté lui paraissait dangereuse et impuissante à compenser l'effet naturel d'une libre concurrence. Trudaine rencontra des obstacles de toutes sortes dans l'accomplissement de ses projets. Il parvint toutefois, en 1763, à obtenir, pour le commerce des grains, la liberté à l'intérieur et quelques atténuations dans les difficultés apportées aux échanges avec l'étranger. Malheureusement, quelques mauvaises récoltes survinrent au moment même du changement de système, et les lois sages qu'il avait fait rendre ne valurent à Trudaine que des dégoûts.

Il porta les mêmes principes de liberté dans l'administration du département des manufactures. Sous lui, notre industrie s'enrichit d'un grand nombre de découvertes faites en France ou puisées par ses soins à l'étranger. En cherchant à connaître les secrets de fabrication des autres nations, il ne songeait pas au reste à leur cacher nos progrès. Il était convaincu, dit Condorcet, que les hommes n'ont qu'un même intérêt, celui que chez toutes les nations les arts soient au plus haut degré de perfection possible, et l'idée de flatter la vanité nationale par une indépendance prétendue de toute production étrangère ne lui paraissait qu'une charlatanerie politique.

Le père de Trudaine avait déjà beaucoup fait pour la multiplication et l'amélioration des grandes routes; le département des ponts et chaussées prit encore plus d'activité et d'importance entre les mains du fils, qui lui succéda, comme intendant général

des finances en 1769. Cette charge ayant été supprimée en 1777, il refusa les fonctions de contrôleur général et rentra dans la vie privée, voulant faire lui-même l'éducation de ses fils et s'adonner à ses études de prédilection; mais il mourut presque aussitôt. Il était membre de l'Académie des Sciences.

BORDA (JEAN-CHARLES).

(Né à Dax en 1733, mort en 1799.)

Après quelques années passées au collège de La Flèche, il entra dans le génie militaire. Il présenta en 1756 à l'Académie des Sciences, *sur le mouvement des projectiles*, un mémoire qui lui valut la nomination de membre associé à cette académie. Il publia ensuite différents mémoires sur le meilleur emploi des roues hydrauliques; sur le mouvement des projectiles, en tenant compte de la résistance de l'air; sur le Calcul des variations, récemment conçu par Lagrange, etc.

Il reçut de l'Académie, en 1771, la mission de trouver les moyens de vérifier en mer les montres marines, fut adjoint à une expédition scientifique aux Açores et aux îles du Cap Vert en 1774 et 1775, puis aux îles Canaries, pour en déterminer exactement la longitude par rapport au méridien de Paris.

Adjoint plus tard à Delambre et Méchain, pour la mesure d'un arc du méridien, il fut spécialement chargé de tout ce qui se rattachait aux applications des principes de Physique. Il imagina alors la règle thermomètre pour la mesure des bases. Son cercle répétiteur, naturellement rendit aussi de grands services.

M. Biot dit de Borda : « Il doit être regardé comme un des

hommes qui ont rendu le plus de services à l'art nautique, tant par l'exactitude des instruments qu'il a donnés aux marins que par l'adresse avec laquelle il a su rapprocher d'eux les méthodes géométriques, sans rien ôter à celles-ci de leur exactitude. »

Outre les ouvrages dont nous avons parlé, il a laissé des tables trigonométriques décimales, que Delambre a revues et publiées en 1804.

PRIESTLEY.

[Né à Fieldhead en 1733, mort à Northumberland (Pensylvanie) en 1804.]

Son père était fabricant de draps, sa mère mourut lorsqu'il n'avait encore que six ans. Placé dans une pension libre, il y étudia le latin, le grec et l'hébreu; il apprit ensuite l'arabe, l'allemand, l'italien et le français.

Il se jeta d'abord dans des discussions religieuses qui, du reste, absorbèrent, jusqu'à la fin de ses jours, la plus grande part de son activité.

Il publia en 1767 une *Histoire de l'électricité*, qui lui ouvrit les portes de la Société royale de Londres. Peu après il s'occupa de ses expériences sur l'*air fixe* (acide carbonique) l'*air nitreux* (bioxide d'azote) et l'*air déphlogistiqué* (oxygène).

Il s'empressa de communiquer les résultats de ses recherches à la Société royale de Londres, qui lui décerna la médaille de Copley.

« L'Académie de Paris, dit Cuvier, lui accorda un prix non moins noble et plus difficile à obtenir, parce qu'il est plus rare : l'une de ses huit places d'associés étrangers, auxquelles tous les

savants de l'Europe concourent, et, dont la liste, commençant par les noms de Newton et de Leibniz, n'a dégénéré dans aucun temps de ce premier éclat. »

Il publia encore une *Introduction familière à l'étude de la perspective* (1771) et une *Histoires des découvertes relatives à la vision et aux couleurs* (1772).

Le marquis de Lansdowne lui offrit vers cette époque une place de bibliothécaire dans une de ses résidences, mais ses opinions religieuses, peu orthodoxes, et ses vues politiques, très avancées, le brouillèrent bientôt avec le noble marquis.

Il était un peu en lutte alors avec toutes les sectes religieuses de son pays et surtout avec l'Église anglicane.

Il se retira à Birmingham, près de Watt et de Wegwood, ses amis, qui lui offrirent une petite maison qu'il habita onze ans et où on lui avait établi un laboratoire de Physique et de Chimie.

Priestly accueillit avec enthousiasme la Révolution française, dont il fut une des victimes. Les gens qu'il avait tant attaqués en Angleterre, soulevèrent une émeute contre lui en 1791, à propos d'un banquet pour fêter l'anniversaire de la prise de la Bastille, banquet auquel il n'avait pas même assisté.

Sa maison fut saccagée de fond en comble par la populace, ses instruments, ses collections, ses manuscrits, sa bibliothèque, son mobilier, tout fut livré au feu.

Il demeura encore trois ans en Angleterre; mais, de plus en plus en but à la haine des lords, des évêques et du gouvernement, il s'embarqua pour l'Amérique en 1794.

C'est en 1772 que Priestley publia ses premières *Observations sur différentes espèces d'air* (*Observations on different kinds of*

air) qui eurent, dès leur apparition, un grand retentissement parmi les savants de l'Europe. Traduit dans toutes les langues, inséré dans les recueils des principales Académies, cet ouvrage donna l'éveil aux savants, qui appliquèrent leurs recherches à l'étude des corps aériformes. C'est l'*air fixe*, c'est-à-dire l'acide carbonique, que Priestly étudia tout d'abord. Voisin d'une brasserie qu'il visitait quelquefois, il avait conçu l'idée d'examiner l'air qui se dégage des cuves pendant la fermentation. Ses observations furent peu fructueuses; elles n'ajoutèrent presque rien à ce qu'avaient déjà indiqué Black et Bergmann. Il remarqua cependant que la pression de l'atmosphère favorise la dissolution de l'acide carbonique dans l'eau, et qu'à l'aide d'une pompe de compression on pourrait facilement communiquer à l'eau ordinaire les propriétés de l'eau de Seltz. Mais, en cherchant un moyen de rendre l'acide carbonique propre à la respiration, il arriva à une grande découverte, une des plus importantes de la Science moderne. Il trouva que les végétaux peuvent parfaitement vivre dans l'acide carbonique où les animaux périssent, et que, de plus, les végétaux communiquent à cet air fixe les propriétés de l'air commun; il trouva aussi que ce dernier phénomène n'a lieu que sous l'inflence de la lumière du jour et qu'il cesse la nuit.

Il était arrivé à ce résultat en exécutant de nombreuses expériences sur des tiges de menthe et des souris; voici comment il s'exprime à ce sujet : « Les preuves d'un rétablissement partiel de l'air par des plantes en végétation servent à rendre très probable que le tort que font continuellement à l'atmosphère la respiration d'un si grand nombre d'animaux et la putréfaction de tant de masses de matières végétales et animales, est réparé, au

moins en partie, par le règne végétal; et, malgré la masse prodigieuse d'air qui est journellement corrompue par les causes désignées, si nous considérons l'immense profusion de végétaux qui couvrent la surface du sol, on ne peut s'empêcher de convenir que tout est compensé et que le remède est proportionné au mal. »

Priestley signalait aussi un moyen mécanique propre à l'assainissement de l'atmosphère : « L'agitation des eaux par les vents, et, par suite, la mise en liberté de l'air dissous dans les eaux, qui est encore plus riche en molécules respirables que l'air commun de l'atmosphère. »

Dans ses nombreuses expériences, Priestley se servait, pour recueillir les gaz, d'un appareil analogue à celui de Hales, dans lequel il avait substitué le mercure à l'eau, pour pouvoir recueillir facilement les gaz solubles.

Dans les années 1771 et 1772, Priestley fit des recherches sur l'inflammabilité et l'irrespirabilité du gaz inflammable (hydrogène), dont Cavendish avait, en quelque sorte, retrouvé le mode de préparation.

Ce fut le 4 juin 1772 que Priestley découvrit le bioxyde d'azote, en soumettant du cuivre à l'action de l'eau-forte et en recueillant les gaz qui se dégageaient. Il trouva que l'*air nitreux* (nom qu'il donnait au bioxyde d'azote) est irrespirable et rougit au contact de l'air.

Le passage le plus important du travail de Priestley sur l'air nitreux est celui où il propose de faire servir ce gaz à l'analyse de l'air. Dans son mémoire intitulé : *Of air infected with the fumes of burning charcoal*, il assure avoir constaté par ce moyen une différence réelle entre l'air de son laboratoire, au sein duquel

plusieurs personnes avaient respiré durant quelques heures, et l'air pris à l'extérieur de la maison. Il propose, en outre, ce gaz comme un préservatif de la putréfaction, pour conserver des animaux, des pièces d'anatomie, etc. Il prétend avoir conservé ainsi, intactes et sans aucun indice de putréfaction, au milieu des chaleurs caniculaires de 1772, pendant vingt-cinq jours, deux souris mortes.

Priestley essaya, à diverses reprises d'expliquer la coloration rouge que prend le bioxyde d'azote quand il arrive au contact de l'air; mais il ne put y réussir : c'est à Lavoisier qu'était dévolue cette tâche.

C'est en cherchant comment la vapeur de charbon rend l'air irrespirable que Priestley découvrit l'azote. L'expérience qu'il tenta à ce sujet consistait à suspendre des morceaux de charbon dans des vases de verre remplis d'eau jusqu'à une certaine hauteur et renversés sur une cuve à eau et à diriger sur ce charbon le foyer d'une lentille. Il observa que, dans cette expérience, il se produisait de l'air fixe (acide carbonique) qu'absorbait l'eau de chaux, avec laquelle il formait un précipité blanc; qu'après cette absorption la colonne d'eau était diminuée d'un cinquième et que l'air restant éteignait la flamme, faisait périr les animaux, et n'était absorbé ni par l'air nitreux (bioxyde d'azote), ni par un mélange de limaille de fer et de soufre humide. Cet air, ainsi obtenu et parfaitement caractérisé, n'était autre que le gaz azote.

Cette découverte était capitale, elle tenait en germe toute la Chimie moderne; et elle eût suffi à la gloire du savant qui aurait su en tirer les conséquences immédiates. Malheureusement, entre les mains de Priestley, elle resta complètement stérile. Il se perdit dans des explications obscures, amphibologiques, sur l'in-

tervention du phlogistique, et finit, faute d'arguments, par ajourner sa théorie à un autre moment.

Plus tard, il substitua au charbon, du plomb, de l'étain, et constata de nouveau la diminution du volume d'air par la calcination ; mais il dédaigna d'étudier ce fait, duquel Lavoisier devait tirer plus tard les principes de la Chimie moderne.

Dans le courant de l'année 1771, Priestley eût l'idée de chauffer du nitre dans un canon de fusil et de recueillir le gaz qui se dégageait pendant l'expérience. Ce gaz se distinguait, dit Priestley, en ce que loin d'éteindre une chandelle, il en activait la combustion avec un bruit semblable à celui que produit la déflagration du nitre. » Priestley le nomma *air du nitre ;* c'était un mélange d'oxygène et de protoxyde d'azote.

En terminant son rapport sur ces expériences, Priestley disait : « Ces faits me paraissent très extraordinaires et importants ; ils pourront, dans des mains habiles, conduire à des découvertes considérables. » Cette prophétie, faite en 1771, devait s'accomplir plus tôt qu'il ne le pensait.

Suivant une idée préconçue, Priestley essaya de revivifier des oxydes métalliques, non plus avec du charbon, comme à l'ordinaire, mais par l'électricité. Il opéra sur du minium, sur lequel il fit agir des étincelles d'une machine électrique à plateau, et recueillit sur une cuve à mercure le gaz qui prit naissance. C'était de l'oxygène pur. Priestley venait de faire encore une fois une des plus belles découvertes de la Science ; mais ses préoccupations théoriques la lui firent abandonner comme auparavant.

Mais le hasard servait singulièrement Priestley ; il lui fut donné de découvrir l'oxygène par une nouvelle expérience. Voici comment il s'exprime à ce sujet : « Le 1er août 1774, je

tâchai de tirer de l'air du *mercure calciné per se* (oxyde rouge de mercure obtenu par la calcination du mercure à l'air libre), et je trouvai sur le champ que, par le moyen d'une forte lentille, j'en chassais l'air très promptement. Ayant ramassé de cet ai environ trois ou quatre fois le volume de mes matériaux, j'y admis de l'eau et je trouvai qu'elle ne l'absorbait point ; mais ce qui me surprit plus que je ne puis l'exprimer, c'est qu'une chandelle brûla dans cet air avec une flamme d'une vigueur remarquable. » Priestley obtint le même résultat avec le précipité rouge (oxyde de mercure obtenu par précipitation). Mais il confondit l'oxygène avec l'air nitreux ; plus tard, s'étant procuré de l'oxyde rouge de mercure d'une grande pureté, il fit des expériences comparatives avec le minium, d'une part, et l'oxyde de mercure de l'autre. Dans les deux cas il obtint les mêmes résultats et écrivit à ce propos : « Cette expérience avec le minium me confirma davantage dans mon idée que le mercure calciné doit emprunter à l'atmosphère la propriété de fournir cette espèce d'air, le mode de préparation du minium étant semblable à celui par lequel on fait le mercure calciné. « Priestley ne reprit ses expériences qu'au mois de mars 1775, alors que Lavoisier avait déjà publié son *Mémoire sur la calcination de l'étain*. Il constata que l'oxygène, qu'il appelait air déphlogistiqué, est un peu plus pesant que l'air ; qu'il forme avec l'air inflammable (hydrogène), employé dans de certaines proportions, un mélange détonant à l'approche d'une flamme et qu'il serait facile de produire, à volonté, une température très élevée à l'aide de soufflets remplis d'air déphlogistiqué. Nous ferons remarquer à ce propos que c'est là la première idée du chalumeau à gaz. Continuant ses recherches, Priestley eut l'idée d'introduire l'emploi de son air

déphlogistiqué dans la Médecine et de l'appliquer au traitement de la phthisie pulmonaire. Ayant effectué plusieurs inhalations de ce gaz, « il lui sembla, dit-il, que sa poitrine se trouvait singulièrement dégagée et à l'aise pendant quelque temps. » Enfin, soulevant la grande question de la constitution de l'atmosphère, Priestley « invite les chimistes de tous les temps et de tous les pays à s'assurer, par des expériences réitérées, si l'atmosphère conservera toujours le même degré de pureté, la même proportion d'air vital, ou s'il y aura quelque changement par la suite des siècles. » Priestley s'est presque constamment appliqué à des recherches relatives aux gaz. Il fit connaître l'existence des neuf principaux. Nous avons déjà cité le bioxyde d'azote, l'azote et l'oxygène; nous ajouterons le gaz ammoniac, l'acide chlorhydrique, l'acide sulfureux, l'hydrogène carboné, l'hydrogène sulfuré et l'hydrogène phosphoré.

Nous venons de raconter les principales découvertes de Priestley; nous ajouterons que la théorie du phlogistique, depuis longtemps dépouillée de son prestige, perdit en Priestley son dernier défenseur. Priestley mort, on cessa d'invoquer sa grande autorité comme un argument contre les idées de l'école moderne, et la Science, sous l'impulsion de Lavoisier et placée par lui sur des bases nouvelles, put marcher de progrès en progrès.

M. Dumas, dans ses *Leçons de Philosophie chimique*, a formulé sur Priestley une critique sévère, mais judicieuse, que nous reproduisons ici : « C'est Priestley qui, l'un des premiers, est venu fournir au monde quelques notions expérimentales sur l'air, la respiration, la combustion, la calcination; c'est-à-dire sur ces grandes opérations qui sans cesse altèrent, modifient, renouvellent l'aspect du globe et sans lesquelles notre Terre, avec sa surface éternelle-

ment aride et immuable, parcourrait l'espace comme un cadavre inutile. Mais, pour coordonner les faits qu'il observait, pour imaginer la théorie générale à laquelle il préparait de si riches matériaux, il fallait cette logique puissante qui lui a manqué, il fallait un vrai génie. Or, si Priestley pouvait, sans connaissances chimiques, découvrir des gaz, les étudier, mettre à nu leurs propriétés et faire une foule d'observations détachées, toujours utiles et souvent même éclatantes, Prestley ne pouvait plus si aisément exécuter la réforme que ses propres découvertes rendaient imminente. Privé de connaissances chimiques, la théorie devait être son écueil, et d'autant plus qu'il en sentait moins l'importance. Comme il fait ses expériences sans motifs et sans plan arrêté, leurs résultats ne se groupent jamais dans son esprit. Aussi, à mesure qu'il trouve des corps nouveaux, il s'égare davantage. Plus ses découvertes se multiplient, moins il s'en rend compte; plus la lumière qui doit jaillir de ses observations semble près de briller, plus l'obscurité de ses idées se montre profonde..... Priestley s'est rendu justice en avouant ce que le hasard a fait pour lui; il a même beaucoup exagéré et ne s'est pas rendu compte de la part que son raisonnement avait eue dans ses succès. Mais quand il étend à toutes les découvertes humaines cette influence du hasard, il commet une erreur monstrueuse que combattent, au lieu de l'appuyer, son histoire elle-même et ses écrits, tout imprégnés qu'ils sont de son orgueilleuse humilité. »

Toutefois, si Priestley doit être jugé sévèrement, au point de vue de l'interprétation des faits, il ne faut pas méconnaître que, par sa merveilleuse sagacité, il a rendu à la Science les plus grands services par la seule découverte de ces faits. Aussi terminerons-nous cette appréciation de l'œuvre de Priestley en disant,

avec M. Hœfer : « Rien de tout cela ne doit amoindrir le tribut d'admiration qu'il convient de payer aux beaux travaux de ce grand génie. Comme tant d'autres, Priestley subissait, le joug de la doctrine de Stahl. Laissons-lui l'honneur, qu'il semble d'ailleurs réclamer lui-même, de la découverte de l'oxygène et de beaucoup d'autres gaz ; cela ne diminuera en rien la gloire de Lavoisier, qui a construit tout l'édifice de la Science avec des matériaux qui, dans d'autres mains, seraient peut-être restés complètement stériles et sans conséquence. »

Les ouvrages de Priestley sont excessivement nombreux; nous citerons seulement les principaux : *Grammaire anglaise* (Londres, 1762-1768) ; *Observations pour l'usage de ceux qui font des progrès dans le langage* (1772); *Leçons sur la théorie du langage et la grammaire universelle* (1772); *Essai sur un cours d'éducation libérale* (1765); *Essai sur le gouvernement* (1765); *Tablettes biographiques* (1765); *Leçons sur l'histoire et la politique générale* (1788); *Cours et leçons sur l'art oratoire et la pratique* (1777); *Examen de la doctrine du sens commun, telle que la concevaient les docteurs Reid, Beattie et Oswald; Defense de l'unitarianisme; Défense de la doctrine de la nécessité; Principes de la religion naturelle et révélée; Recherches sur la matière et l'esprit; Histoire des corruptions du christianisme; Histoire des premières opinions concernant Jésus-Christ; Vues sur les principes et la conduite des dissidents protestants, relativement à la constitution ecclésiastique et civile de l'Angleterre* (1769); *Adresse d'un dissident protestant au sujet de la discipline de l'Église* (1776); *Lettre à M. Pitt, concernant la tolérance et l'établissement de l'Église* (1786); *Conduite à observer par les dissidents pour obtenir le rappel de*

l'acte de corporation et de celui de test (1789); *Sur les premiers principes du gouvernement et la nature de la liberté politique, civile et religieuse* (1768); *Observations sur l'importance de la révolution américaine et sur les moyens de la rendre profitable au monde* (1785); *Sermons sur le commerce des esclaves* (1788); *Lettres familières adressées aux habitants de Birmingham pour réfuter diverses accusations avancées contre les dissidents* (1790); *Lettres à Edmond Burke, occasionnées par ses réflexions sur la révolution de France* (1791); *Lettre aux habitants de Birmingham; Défense du dîner de la Révolution* (1791); *Appel au public touchant les émeutes de Birmingham* (1791-1793); *l'Histoire et l'état présent de l'électricité* (Londres, 1765-1775), traduit en français par Brisson (Paris, 1771): *Histoire de l'état présent des découvertes relatives à la vision* (Londres, 1772); *Observations sur différentes espèces d'air* (Londres, 1772). Ces observations furent d'abord publiées, sous forme de mémoire, dans les *Transactions philosophiques* (t. LXII), elles furent imprimées à part (Londres, 1772). L'année suivante, cet ouvrage fut traduit en français par Rozier, sous le titre : *Observations sur la Physique, etc.*. (1773). Ce mémoire fut réédité, en 1774, et, dans les années suivantes, par suite d'une correspondance active avec les principaux physiciens et chimistes d'Europe, il s'éleva aux proportions d'une œuvre considérable : *Expériences et observations sur les différentes espèces d'air* (*Experiments and observations on different kinds of air*, Londres, 1774-1775-1777). Cet ouvrage fut immédiatement suivi d'une traduction française, faite en quelque sorte sous la surveillance de l'auteur, par Gibelin, docteur en médecine (Paris, 1777-1780). Dans les années suivantes, l'auteur publia une suite

à ses *Experiments and observations relating to various branches of natural philosophy, with a continuation of the observations on air* (Londres, 1779; Birmingham, 1785-1786). Cette continuation fut aussi traduite en français par Gibelin (Paris, 1782); une traduction allemande en fut donnée à Vienne et à Leipzig (1782). Enfin Priestley publia en 1790 un résumé de tous ses ouvrages sur ce sujet, sous le titre : *Experiments and observations on different kinds of air, and other branches of natural philosophy connected with the subject, in III volumes, being the former II volumes abridged and methodized with many additions* (Birmingham, 3 vol. in-8°). Les autres écrits scientifiques de Priestley ont été publiés dans les *Transactions philosophiques*. Ce sont : *Sur le phlogistique et la conversion apparente de l'eau en air* (1783); *Sur le principe de l'acidité, la composition de l'eau et le phlogistique* (1788); *Sur la phlogistication de l'esprit de nitre* (1789); *Sur le phlogistique* (1789); *Sur la génération de l'air par l'eau et la décomposition de l'air déphlogistiqué et de l'air inflammable* (1793); *Expériences sur l'analyse de l'air atmosphérique* (1796); *Considérations sur la doctrine du phlogistique et la décomposition de l'eau* (1797); la *Doctrine du phlogistique établie et celle de la composition réfutée* (1797); *Réponse aux observations de Cruikshank pour la défense du nouveau système de Chimie*. Priestley a écrit encore une multitude d'articles dans divers journaux ou recueils, notamment dans le *Journal de Nicholson* et dans les *Mémoires de la Société américaine*.

WARING (ÉDOUARD)

(Né en 1734, mort en 1798)

Il fût jugé digne, à vingt-six ans, d'occuper la chaire de Mathématiques au collège de Lucas, qu'avait illustrée Newton. Il ajouta, dans l'analyse des courbes algébriques, aux découvertes des Bernoulli, de Clairaut et d'Euler. Il a laissé sur ce sujet : *Mélanges analytiques sur les équations algébriques et les propriétés des courbes* (Cambridge, 1762); *Propriétés des courbes algébriques* (1772); *Méditations analytiques* (1776).

Mais il avait imaginé pour la résolution générale des équations algébriques une formule malheureuse. Il égalait l'inconnue d'une équation de degré m à la somme de $m-1$ radicaux portant sur les $m-1$ premières puissances d'une indéterminée, et affectés de coefficients inconnus, dont la détermination eût dépendu elle-même de la résolution d'autres équations formant un système naturellement impénétrable.

DU BUAT (PIERRE-LOUIS-GEORGES, comte)

[Né à Buttenval (Calvados) en 1734, mort à Vieux-Condé en 1809.]

Il fut reçu ingénieur militaire à l'âge de seize ans et employé successivement aux travaux du canal de jonction de la Lys à l'Aa, au port du Havre, sur les côtes de Bretagne et de Normandie, au siège de Mappen (1761), à Valenciennes, où il dirigea les travaux exécutés à la porte de Tournay (1763-1773).

Il adressa, de Valenciennes, au Ministre de la guerre un mémoire

intitulé : *Sur le relief et le défilement des ouvrages de fortification, où l'on indique une nouvelle méthode pour déterminer le tracé de l'enceinte des glacis, relativement aux divers terrains irréguliers qui peuvent se rencontrer.* Cette nouvelle méthode était celle des *plans cotés.*

Après une courte résidence au Quesnoy, il fut envoyé à Condé, où il fut chargé de la construction du canal du Jard et où il parvint au grade de colonel, puis de lieutenant du roi.

C'est de 1776 que datent ses premières recherches sur l'Hydraulique. Son premier mémoire, adressé au Ministre de la guerre en 1779, portait pour titre : *Principes d'Hydraulique, ouvrage dans lequel on traite du mouvement de l'eau dans les rivières, les canaux et les tuyaux de conduite; de l'origine des fleuves et de l'établissement de leur lit; de l'effet des écluses, des ponts et des réservoirs; du choc de l'eau, et de la navigation tant sur les rivières que sur les canaux étroits.* Du Buat y pose ce principe qui lui sert de point de départ : *Quand l'eau coule uniformément dans un lit quelconque, la force qui l'oblige à couler est égale à la somme des résistances qu'elle essuie, soit par sa propre viscosité, soit par le frottement du lit.* C'est le principe fécond de l'Hydraulique moderne.

Un fonds annuel lui fut alloué par le gouvernement pour faire de nouvelles expériences, qui furent exécutées à Condé de 1780 à 1783, au moyen d'une dérivation des eaux de l'Escaut dans les fossés de la place, du Buat publia alors ses *Principes d'Hydraulique vérifiés par un grand nombre d'expériences faites par ordre du gouvernement.*

Ces beaux travaux valurent à du Buat d'être nommé membre correspondant de l'Académie des Sciences (1787).

Du Buat crut devoir émigrer pendant la Révolution et ses biens furent confisqués ; mais il lui en fut rendu une faible partie à son retour, en 1802.

Les découvertes de du Buat forment encore aujourd'hui la principale part de ce que l'on sait en Hydraulique.

DIONIS DU SÉJOUR (ACHILLE-PIERRE).

(Né à Paris en 1734, mort à Auguville, près de Fontainebleau, en 1794.)

Il fut conseiller au Parlement, d'abord à la quatrième Chambre des enquêtes, en 1758, ensuite à la Grand'Chambre, en 1779. Il étonnait ses confrères par la rapidité avec laquelle il expédiait les affaires, et cependant il trouvait encore le temps de se livrer à ses goûts pour les Mathématiques et l'Astronomie. Il avait publié en 1761, conjointement avec Godin, des *Recherches sur la gnomonique et les éclipses de Soleil*, qui contribuèrent à lui ouvrir les portes de l'Académie des Sciences, en 1765. Son *Essai sur les comètes en général et particulièrement sur celles qui peuvent approcher de l'orbite de la Terre* (1775) était destiné à dissiper des terreurs puériles qui s'étaient emparées du public à l'occasion d'un mémoire de Lalande.

Nommé député de la noblesse à l'Assemblée constituante, du Séjour ne tarda pas à éprouver d'abord une grande déception, ensuite des terreurs qui le poursuivirent jusque dans sa retraite à la campagne, où il se tenait soigneusement caché, et qui minèrent ses jours.

« Du Séjour, dit Delambre, était, à tous égards, un homme très estimable; il aimait le travail, son état et la société : il était

considéré au Palais et à l'Académie; il joignait beaucoup d'esprit au caractère le plus égal; il méritait d'être heureux, il le fut jusqu'à la Révolution. »

Chaque année le recueil de l'Académie contenait de lui des mémoires étendus, se faisant suite les uns aux autres. Il les revit, les mit en ordre et en forma un ouvrage en deux volumes, qui parut sous le titre de : *Traité analytique des mouvements apparents des corps célestes* (1787-1789).

Cet ouvrage a théoriquement une importance considérable, en ce que l'auteur y essaye, pour la première fois, la réduction à une seule formule des lois des mouvements apparents de tous les astres. Il pose la question dans ces termes : « Étant donnés deux corps qui se meuvent dans l'espace suivant des lois connues, déterminer les apparences qui résultent des mouvements relatifs de ces deux corps, par rapport à un observateur qui, mû lui-même dans l'espace suivant une loi donnée, a de plus un mouvement de rotation autour d'un axe donné de position. » Ce problème renferme, comme on le voit, toute l'Astronomie; les astronomes l'avaient jusqu'alors décomposé en autant de problèmes qu'ils avaient eu de questions particulières à traiter.

Lagrange, que les qualités propres de son génie devaient, au reste, naturellement disposer à apprécier avantageusement les efforts de du Séjour, faisait effectivement beaucoup de cas de ses travaux, qui, dit-il, « par leur étendue et le grand nombre d'applications intéressantes et délicates que leur auteur a faites, paraissent ne rien laisser à désirer sur le problème dont il s'agit. » (*Mémoire sur les éclipses sujettes aux parallaxes*, inséré dans la *Connaissance des temps de* 1817.) Il croit cependant « qu'on ne s'est pas encore appliqué à donner à la solution de ce problème

toute la simplicité et la brièveté qu'on est en droit d'attendre de l'analyse. »

Delambre, tout en accordant de grands éloges à du Séjour, est loin de convenir que ses travaux aient été d'une véritable utilité aux praticiens. Il tempère toutefois ses critiques par cette conclusion : « Tout l'ouvrage est composé et rédigé dans un système que je n'ai jamais pu ou voulu adopter; je pourrais donc être suspect de trop de sévérité dans la manière dont je l'ai jugé. Je prie le lecteur de ne pas s'en rapporter entièrement à ce que j'en ai dit. Le traité de du Séjour est important par une masse considérable de formules appliquées aux problèmes les plus intéressants de l'Astronomie. Ses formules sont généralement fort exactes; elles n'ont contre elles que la longueur des calculs qu'elles exigent, et quelques-unes donnent la solution de questions à peu près inaccessibles aux méthodes ordinaires. »

Le problème de du Séjour est l'inverse de celui qu'avaient eu à résoudre les premiers astronomes : étant donnés les mouvements apparents des corps célestes, déterminer les lois de leurs mouvements réels. Mais la solution qu'il en donne convient également à l'un et à l'autre; car on peut, dans les équations générales, regarder à volonté comme données, soit les apparences, soit les réalités.

On doit à du Séjour d'avoir fait ressortir les grands avantages que l'on peut tirer des équations de condition indiquées par Euler et employées par Mayer. Il a de plus soumis au calcul les quantités de l'irradiation et de l'inflexion dont il convient de corriger les diamètres apparents du soleil et de la lune. Il croyait à une atmosphère lunaire. Il lui paraît établi, par l'éclipse de soleil de 1764, qu'il faut admettre une irradiation de 3″ et une inflexion

de plus de 3″. Il propose un moyen direct de s'assurer de l'existence de l'inflexion : « Lorsque, de deux étoiles voisines, l'une doit être éclipsée par la lune, on les assujettira entre deux fils d'un micromètre; on observera si, à l'instant de l'occultation de l'étoile, sa distance à l'autre est altérée. L'altération donnera la quantité de l'inflexion des rayons qui rasent le limbe de la lune. » Du Séjour attribue sans hésitation cette inflexion à la réfraction produite par l'atmosphère lunaire. Il soupçonne, au reste, que la réfraction n'est pas la même pour toutes les étoiles : « Qui pourrait, dit-il, assurer que Sirius, dont la lumière est très blanche, éprouve précisément la même réfraction qu'Aldébaran ou Antarès, dont la lumière tire sur le rouge? Admettons un moment que la lumière de la Lune soit plus réfrangible que celle de l'étoile, tout va s'expliquer naturellement. » Delambre, qui ne se prononce ni pour ni contre l'atmosphère lunaire, dit, à l'occasion de la remarque de du Séjour : « Un jour que j'observais avec Méchain, nous avons tous deux, sans nous rien communiquer, écrit notre observation : tous deux nous avions vu une petite étoile pendant 2″ environ sur le disque de la lune, malgré un assez fort crépuscule. Méchain me dit alors : « Du Séjour sera bien content. » Ce qu'il y a de singulier, c'est que ce phénomène ne s'observe pas constamment, ce qui s'explique, dans le système de du Séjour, parce que l'effet de la réfrangibilité peut être positif, nul ou négatif. »

L'ouvrage se termine par une analyse neuve et exacte des apparitions et disparitions de l'anneau de Saturne, analyse dont les géomètres font, il est vrai, plus de cas que les astronomes, et par la reproduction de l'*Essai sur les comètes*.

BERGMANN.

(Né en Suède en 1735, mort en 1784.)

Il professa successivement, à l'Université d'Upsal, les Mathématiques, puis la Chimie et la Minéralogie.

C'est surtout comme chimiste qu'il s'est distingué. Il s'occupa d'abord longtemps de l'*air fixe* (acide carbonique) découvert par Black; il reconnut que ce gaz est contenu dans l'air atmosphérique, et l'appela, par cette raison, *acide aérien;* il fit voir que c'est l'absorption de cet acide aérien par la chaux qui ramène ce corps à l'état de calcaire, etc. Il détermina aussi les poids proportionnels d'acide aérien et des différentes bases qui forment les sels correspondants.

« L'air commun, dit-il, est un mélange de trois fluides élastiques, savoir de l'acide aérien libre, mais en si petite quantité qu'il n'altère pas sensiblement la teinture de tournesol; d'un air qui ne peut servir ni à la combustion, ni à la respiration des animaux, et que nous appelons *air vicié*, jusqu'à ce que nous connaissions plus parfaitement sa nature; enfin d'un *air* absolument nécessaire au feu et à la vie animale, qui fait à peu près le quart de l'air commun, et que je regarde comme de l'*air pur.* »

Bergmann a publié des recherches très remarquables sur l'analyse des eaux. Il enseigne à déterminer les quantités des différents sels qu'elles peuvent contenir, par les poids des précipités, et fait connaître pour cela différents réactifs nouveaux, notamment le sel de sucre (acide oxalique).

Il partage avec Scheele le mérite de la découverte de l'acide *urique.*

RAMSDEN (JESSÉ).

(Né près d'Halifax en 1735, mort à Brighton en 1800.)

« Le plus grand de tous les artistes », dit Delambre. Il fut d'abord graveur, mais s'occupa ensuite exclusivement de la construction des instruments d'Optique et de Mathématiques.

Le théodolite est entièrement de son invention; sa machine à diviser lui valut une gratification du Bureau des Longitudes; ses quarts de cercles ont été recherchés par tous les astronomes de la fin du dernier siècle. Il fut reçu membre de la Société Royale de Londres, en 1786.

Le temps que ne réclamaient pas de lui les travaux de sa profession était consacré à la lecture d'ouvrages de Sciences et de Littérature. La fortune qu'il possédait au moment de sa mort n'était pas fort considérable, et, par son testament, il en laissa une bonne part à ses ouvriers.

VANDERMONDE (ABNIT-THÉOPHILE).

(Né à Paris en 1735, mort en 1796.)

Il est surtout connu pour avoir résolu algébriquement l'équation binôme du onzième degré, qui semblait une barrière infranchissable.

Il était, dans son enfance, d'une très faible constitution, et son père, qui était médecin, lui avait fait apprendre la Musique, pour le détourner d'autres travaux. Il resta fidèle à cette étude de son jeune âge.

Après avoir analysé les œuvres des meilleurs musiciens de son temps, il en arriva à cette conclusion, que l'art tout entier repose sur une loi générale, par laquelle, en s'aidant de procédés mathématiques, le premier venu peut devenir un compositeur. Il exposa les principes de sa méthode à l'Académie, en 1778 et en 1786, dans deux mémoires qui reçurent l'approbation de Glück, de Philidor et de Piccini. Mais, en général, les mathématiciens trouvèrent trop de Musique, et les musiciens trop de Mathématiques dans ces mémoires.

Lorsque la Révolution éclata, Vandermonde l'accueillit avec joie, et fut l'un des savants auxquels le Comité de Salut Public fit appel pour préparer les succès de nos armées, par le perfectionnement des armes et des munitions. Vandermonde concourut à la réorganisation de nos établissements scientifiques par la fondation du Conservatoire des Arts et Métiers et la création du cours d'Économie politique à l'école Normale. Son éloge a été prononcé par Lacépède. Ses œuvres ne consistent guère qu'en mémoires insérés dans le *Recueil de l'Académie des Sciences* et dans les *Annales de Chimie*.

BAILLY (JEAN-SYLVAIN).

(Né en 1736, mort en 1793.)

Son père, qui était peintre et fils de peintre, l'avait destiné aux arts; il préféra les Sciences.

Admis à l'Académie des Sciences, à 27 ans, en récompense de recherches astronomiques qui l'avaient mis en évidence, il se voua à la composition d'une grande histoire de l'Astronomie,

divisée en trois parties : histoire de l'Astronomie ancienne, histoire de l'Astronomie moderne et histoire de l'Astronomie indienne et orientale.

On a aussi de lui divers opuscules, parmi lesquels il convient de distinguer l'éloge de Leibnitz et celui de Lacaille.

L'Académie Française l'admit dans son sein, en 1784, et l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, en 1785.

La Révolution vint l'arracher à ses travaux.

Député du Tiers-État aux États-Généraux, il eut l'honneur de présider cette Assemblée, dans la fameuse séance du *Jeu de Paume*.

Nommé maire de Paris après la prise de la Bastille, il eut le pénible devoir de faire exécuter la loi contre une multitude assemblée au Champ de Mars pour demander la déchéance du roi, après le retour de Varennes.

Il quitta les fonctions de maire de Paris en 1791 et se retira à Eelun, où il fut arrêté en 1793, pour être jugé et condamné par le tribunal révolutionnaire.

Son *Histoire de l'Astronomie* est entachée au plus haut degré de tous les vices qui peuvent découler d'un système préconçu, que rien ne justifie. Bailly a voulu faire des Hindous un peuple éminemment scientifique, et il a rassemblé à l'appui de sa thèse des preuves que ses protégés n'eussent pas soupçonnées.

COULOMB (CHARLES-AUGUSTIN DE).

(Né à Angoulême en 1736, mort en 1806.)

Après avoir terminé ses études à Paris, il entra dans le génie

militaire et fut envoyé à la Martinique, où il bâtit le fort Bourbon. De retour en France, il fit à Rochefort une série d'expériences sur le frottement, la raideur des cordes, etc., et obtint plusieurs prix de l'Académie des Sciences, qui l'admit au nombre de ses membres, à l'unanimité, en 1782. Il fit partie de l'Institut lors de sa création, et fut nommé plus tard inspecteur général de l'Université.

Coulomb a démontré que les attractions et les répulsions magnétiques varient en raison inverse du carré de la distance, ainsi que les attractions et les répulsions électriques, et que, pour une même distance, celles-ci sont proportionnelles aux produits des deux quantités d'électricité. L'appareil dont il s'est servi pour cela est la balance de torsion. Le principe sur lequel est fondé cet instrument consiste en ce que le couple, dont le moment peut servir de mesure à la réaction du fil, est proportionnel à l'angle représentatif de la torsion qu'on lui a fait subir.

Voici comment Coulomb a constaté l'exactitude de ce principe : en le supposant vrai, le couple moteur, qui agira sur un disque horizontal homogène supporté en son centre par le fil et obligé de tourner avec lui, sera $K\theta$, θ désignant l'angle de torsion et K une constante; l'accélération angulaire du mouvement sera donc

$$-\frac{d^2\theta}{dt^2}=\frac{K\theta}{I},$$

I désignant le moment d'inertie du disque par rapport à son axe, ou

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=-C\theta;$$

or, cette équation donne d'abord

$$2\frac{d\theta}{dt}\frac{d^2\theta}{dt^2} = -2C\theta\frac{d\theta}{dt},$$

et, en intégrant,

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = -C\theta^2 + C'.$$

Si α est l'angle dont on avait fait tourner le disque avant de l'abandonner sans vitesse à la réaction du fil, $\frac{d\theta}{dt}$ doit être nul pour $\theta = \alpha$, par conséquent la valeur de la constante C' doit être $C\alpha^2$; ainsi l'équation précédente se réduit à

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = C(\alpha^2 - \theta^2),$$

d'où

$$dt = \frac{1}{\sqrt{C}}\frac{d\theta}{\sqrt{\alpha^2 - \theta^2}}$$

et, par suite,

$$t = \frac{1}{\sqrt{C}}\arccos\frac{\theta}{\alpha},$$

le temps étant compté à partir de la position initiale. Cette équation, qu'on peut aussi écrire

$$\frac{\theta}{\alpha} = \cos(t\sqrt{C}),$$

montre que le mouvement serait périodique, c'est-à-dire que les oscillations seraient isochrones; or, l'expérience prouve précisément que c'est ce qui a lieu; on doit donc admettre complètement le principe. La durée d'une double oscillation étant, d'après la formule précédente, donnée par la relation

$$t\sqrt{C} = 2\pi,$$

une expérience propre à déterminer cette durée τ permettait de trouver la valeur de C, ou de

$$\frac{4\pi^2}{\tau^2},$$

et, par suite, celle de K, ou de I.C, ou de

$$\frac{4\pi^2}{\tau^2} I,$$

pour chaque fil; il suffisait pour cela de déterminer le moment d'inertie I du disque, moment représenté, comme on sait, par

$$\frac{2}{5} a^2 \frac{P}{g},$$

a représentant le rayon et P le poids du disque. Connaissant la mesure K du couple représentant la réaction du fil, pour un angle de torsion égal à 1, on pouvait dès lors se servir de la balance pour obtenir la mesure attractive ou répulsive exercée à l'extrémité du petit levier de cette balance, d'après l'angle dont il était dévié.

Quant au théorème lui-même; que Coulomb croyait avoir établi, il n'entre pas dans notre pensée de prétendre qu'il ait pu estimer d'une façon satisfaisante des quantités de magnétisme ou d'électricité.

Coulomb est aussi très connu pour ses belles expériences sur le frottement.

Les géomètres, jusqu'à la fin du siècle dernier, pour faciliter leurs études, s'étaient provisoirement débarrassés de toutes les résistances passives qui viennent entraver les mouvements des solides naturels, et dont l'intervention complique singulièrement les lois de tous les phénomènes dynamiques. Celle de ces rési-

stances qui entre pour la plus grande part dans la réduction des effets produits par les moteurs est la résistance due au frottement. Coulomb a constaté que la résistance due au frottement de deux solides en contact est proportionnelle à la pression de l'un de ces solides sur l'autre, et indépendante à la fois de l'étendue des surfaces frottantes et de la vitesse relative des deux corps l'un par rapport à l'autre. Le frottement au départ étant sensiblement plus grand que pendant le mouvement, il est probable que la dernière partie de l'énoncé n'est suffisamment exacte qu'autant que la vitesse a déjà acquis une certaine grandeur.

Les travaux de Coulomb sont consignés dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, à partir de l'année 1784. On a de lui, à part : *Recherches sur les moyens d'exécuter sous l'eau toutes sortes de travaux hydrauliques, sans employer l'épuisement* (1779).

TREIZIÈME PÉRIODE.

De LAGRANGE, né en 1736,
à LAPLACE, né en 1749.

Noms des savants de cette Période.

	Né en	Mort en
Lagrange	1736	1813
Watt	1736	1819
Galvani	1737	1798
Bayley	1737	1810
Parmentier	1737	1813
Guyton de Morveau	1737	1816
Herschel	1738	1822
La Follie	1739	1780
Lexell	1740	1784
Wenzel	1740	1793
De Saussure	1740	1799
Brongniart	1740	1804
Sigaud lafond	1740	1810
Montgolfier (frères)	1740 1745	1810 1799
De Chaulnes	1741	1793
Bœckmann	1741	1802
Pallas	1741	1811
Rochon	1741	1817
Scheele	1742	1786
Stoll	1742	1788
Lavoisier	1743	1794
Fabricius	1743	1807
Hauy	1743	1822
Méchain	1744	1804
Bernoulli (Jean, neveu de Daniel)	1744	1807
De Lamarck	1744	1829
Lenoir	1744	1832
Cruikshank	1745	1800
Atwood	1745	1807
Pinel	1745	1826

	Né en	Mort en
Volta	1745	1827
Bernoulli (Jérôme)	1745	1829
Lévêque	1746	1814
Monge	1746	1818
Venturi	1746	1822
Charles	1746	1823
Piazzi	1746	1826
Bréguet	1747	1823
Bode	1747	1826
Vicq-d'Azyr	1748	1794
Gessali	1748	1815
Berthollet	1748	1822
Laurent de Jussieu	1748	1836
Cassini (Jacques-Dominique)	1748	1845
Delambre	1749	1822
Jenner	1749	1823

TREIZIÈME PÉRIODE.

Les grands noms, dans cette période, sont ceux de Lagrange et de Monge, de Lavoisier et de Berthollet, de Watt et de Volta; mais les découvertes des derniers se passent de commentaires, et nous nous bornerons à essayer de caractériser les travaux de Lagrange et de Monge, dans les points par lesquels ils touchent à la méthode.

TRAVAUX DE LAGRANGE.

Calcul des fonctions dérivées.

Nous dirons peu de mots de la tentative de Lagrange pour changer les bases de l'analyse infinitésimale.

La méthode des dérivées, malgré l'avantage qu'elle présente, comparativement à la conception de Leibniz, de ne pas exiger des élèves une intelligence aussi prompte et aussi sûre, une finesse de perception aussi considérable, cette méthode n'est pas restée dans l'enseignement, et nous croyons que c'est à juste titre : d'abord parce que celle de Leibniz, par son principe même, facilite bien davantage la mise en équation de tous les problèmes; en second lieu, parce que les différentielles de tous les ordres des variables considérées dans les questions que l'on traite, sont

naturellement les grandeurs mêmes auxquelles se rapportent les énoncés de ces questions, celles auxquelles il n'est pas possible de ne pas songer en cherchant à traduire algébriquement ces énoncés, tandis que rien d'abord n'attire l'attention sur les rapports limites de ces différentielles; enfin, et surtout, parce qu'une équation différentielle d'un ordre quelconque présente immédiatement à l'esprit une idée nette, celle d'une relation entre divers états définis du phénomène auquel elle se rapporte, tandis qu'une équation dérivée, d'ordre supérieur, ne serait que difficilement traduisible en langage ordinaire, et que la traduction, même aussi claire que le comporterait le sujet, serait encore peu lumineuse.

Toutefois, en donnant pour base à sa méthode la possibilité d'identifier une fonction quelconque à une même fonction type, dont les coefficients seuls pourraient varier d'un cas à un autre et seraient d'ailleurs formés suivant une loi simple, au moyen des dérivées successives de la fonction considérée, correspondant à une valeur choisie pour la variable, Lagrange, comme nous l'avons déjà fait remarquer à propos de la théorie des fluxions, obtenait, dès le début, un moyen simple de mettre en évidence les services que serait appelée à rendre la considération des dérivées, la manière dont ces dérivées s'introduiraient naturellement dans les recherches, et le nombre qu'il en faudrait considérer dans chaque cas. Il retrouvait ainsi, sous une autre forme, un principe équivalent à celui de Leibniz.

En effet, si une fonction quelconque y d'une variable x peut être identifiée à la fonction

$$y_0 + \left(\frac{dy}{dx}\right)_0 \frac{x - x_0}{1} + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0 \frac{(x - x_0)^2}{1 . 2} + \ldots,$$

y_0 désignant la valeur de y qui correspond à $x = x_0$, on voit d'abord avec quelle facilité on pourra comparer entre elles deux fonctions d'une variable x, aux environs de la même valeur x_0, lorsqu'on les aura développées l'une et l'autre par la formule précédente; et la théorie des contacts de tous les ordres entre deux courbes naîtra immédiatement de cette considération. D'un autre côté, il est bien clair que l'étude des variations de la fonction y, aux environs de sa valeur initiale y_0, se fera avec la plus grande simplicité, au moyen de la série qui la représentera, et le rôle que chacun des coefficients différentiels $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0$, $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0$, ... jouera dans la discussion à intervenir, sera tout indiqué d'avance.

Ainsi, Lagrange arrivait à réaliser les conditions de rigueur qu'il avait en vue, sans presque rien sacrifier des idées générales qui doivent former les premières assises de toute théorie bien conçue.

Néanmoins, nous ne craindrons pas de dire que nous préférons encore la méthode de Leibniz.

Lagrange a naturellement cherché à étayer d'une démonstration inébranlable l'identité de Taylor

$$y = y_0 + \left(\frac{dy}{dx}\right)_0 \frac{x - x_0}{1} + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0 \frac{(x - x_0)^2}{1.2} + \ldots,$$

puisqu'elle devait former la base de la *Théorie des fonctions analytiques*. La démonstration qu'il en a donnée a été rejetée, mais pour de mauvaises raisons, les bonnes manquant encore à l'époque; elle avait au moins le grand avantage d'être *algébrique*, c'est-à-dire de convenir aussi bien aux valeurs réelles et imagi-

naires de la variable. Les démonstrations *arithmétiques* qu'on y a substituées depuis se réduisent pour ainsi dire à cette naïveté qu'une quantité quelconque est égale à n'importe quoi plus un terme complémentaire destiné à compenser l'erreur commise, ce qui était inutile à dire au point de vue arithmétique, et devient absurde au point de vue algébrique. Il est vrai qu'on est parvenu à donner une et même deux formes quasi-algébriques à ce terme complémentaire, ou *Reste*, mais dans l'hypothèse où la variable aurait exclusivement passé par des valeurs réelles, de sa valeur initiale x_0 à sa valeur finale x; de sorte qu'en définitive, d'une part, l'égalité arithmétique des valeurs de la fonction et de son développement est aussi mal démontrée que possible, le Reste dépendant d'un θ inconnu ; et, d'un autre côté, qu'il ne reste plus rien de l'identité algébrique, parce que le θ en question, qui est déjà entièrement indéterminé, entre les limites o et 1, lorsque $(x - x_0)$ est réel, ne comporte même plus aucune limitation lorsque cette quantité est imaginaire, et manque alors complètement de sens.

Quoique l'objection qu'on aurait raisonnablement pu faire à la démonstration de Lagrange saute d'elle-même aux yeux, je ne sache pas qu'elle ait jamais été présentée. Voici en quoi elle consiste : l'auteur trouve très bien le moyen de déterminer les coefficients des termes de la série; mais il lui faut auparavant établir que le facteur $(x - x_0)$ ne peut entrer dans ces termes qu'à des puissances entières; or, voici pour cela, le raisonnement qu'il propose : Si, dit-il, $x - x_0$ entrait dans un terme à une puissance fractionnaire, ce terme aurait plusieurs valeurs, la série en aurait donc aussi plusieurs, et la fonction n'en a qu'une; il y aurait donc contradiction.

Il est bien clair que Lagrange lui-même n'a pas pu prendre au sérieux ce raisonnement, car il lui eût alors fallu renoncer à développer l'ordonnée de la plus simple des courbes, le cercle, puisque cette ordonnée a deux valeurs. Aussi ne rapporté-je ce raisonnement qu'à titre de curiosité scientifique, dont il n'existe malheureusement que trop d'autres spécimens. L'excuse de Lagrange, dans l'espèce, est que si la démonstration était faible, le théorème du moins était exact, ce dont il était parfaitement convaincu. Il eût mieux fait d'avouer l'embarras où il s'était trouvé; mais chaque savant, avant de quitter la scène, tient à bâtir ainsi sa colonne d'Hercule, devant laquelle les générations futures devront s'arrêter avec respect. Quinze ou vingt ans après, une grenouille un peu plus hardie que les autres, s'aventure sur un point des premières assises de la colonne et n'y trouve que de l'argile, que ses gambades délayent; le troupeau entier y passe ensuite et la colonne s'effondre, pour faire place à une autre. Et il en sera toujours ainsi.

J'ai déjà dit que les démonstrations qu'on a essayé de substituer à celle de Lagrange valaient encore moins qu'elle; je crois que c'est ici le lieu d'expliquer d'abord pourquoi il ne sera jamais possible d'en trouver une seule bonne, et de montrer en second lieu que le fait, convenablement entendu, étant de toute évidence, n'a besoin d'être étayé d'aucune preuve.

Et d'abord la fonction définie par la série

$$y_0 + \left(\frac{dy}{dx}\right)_0 \frac{x - x_0}{1} + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0 \frac{(x - x_0)^2}{1 . 2} + \ldots$$

ne peut jamais prendre qu'une seule valeur, quelque valeur réelle ou imaginaire qu'on donne à x, tandis que la fonction y, sup-

posée définie par une équation algébrique, ce qui est le cas le plus simple, a toujours un nombre de valeurs égal au degré, par rapport à y, de l'équation qui définit cette fonction; l'identité n'est donc pas complète; si elle a lieu ce ne peut être que conditionnellement, c'est-à-dire pour une des formes de la fonction y. Mais comment la démonstration de l'identité pourrait-elle se faire à l'aide de syllogismes généraux, sans entrer, dans chaque cas, dans la discussion de la fonction considérée? Y a-t-il un moyen de distinguer les unes des autres les différentes formes d'une fonction multiple, surtout lorsqu'on se propose de donner à x une valeur imaginaire si peu différente que l'on voudra de la valeur initiale x_0?

Mais supposons qu'on ait voulu passer outre à cette difficulté, en se contentant de phrases creuses, au fond desquelles on aurait cru apercevoir quelque chose : la série, en tout cas, ne pourra représenter la fonction proposée, sous l'une de ses formes, qu'autant qu'elle sera convergente : comment la démonstration d'identité pourrait-elle être juste, si elle ne fait pas acception de la condition de convergence, c'est-à-dire de la limite jusqu'à laquelle cette démonstration s'applique? Or d'une part cette limite sera généralement aussi inconnue qu'introuvable et, d'un autre côté, si la série est assez simple pour la fournir d'elle-même, il pourra fort bien n'en résulter aucun enseignement, le fait manquant entièrement d'explication [1].

[1] Nous citerons à ce propos la singularité suivante : la série qui donne l'arc dont la tangente est x devient divergente, dès que x dépasse la valeur 1, parce que l'arc qui a pour tangente $\sqrt{-1}$ est infini; cependant l'arc reste fini et continu lorsque la tangente varie par valeurs réelles entre $-\infty$ et $+\infty$. Il en résulte que les démonstrations arithmétiques s'appliquent dans

Enfin un dernier point à noter est que comme il serait la plupart du temps impossible de déterminer directement la condition de convergence de la série par l'examen des termes qui la composent, on a au contraire recours pour cela à la discussion de l'équation au moyen de laquelle est définie la fonction y que l'on a développée; mais dans cette recherche nouvelle on suppose naturellement l'identité même qui était en question, car le raisonnement alors affecte la forme suivante : il arrive tel accident à la fonction y, lorsqu'on donne à x telle valeur; donc la série qui la représente doit devenir divergente à ce moment.

Mais il est temps de montrer que si la démonstration de l'identité de Taylor est impossible, elle est heureusement superflue.

Je suppose qu'ayant deux équations algébriques, de degrés différents, vous trouviez que pour $x = x_0$, elles fournissent pour y une même valeur y_0; puis, que les valeurs qu'elles attribuent à $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0$ sont aussi égales; qu'il en est encore de même pour celles de $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0$; enfin je suppose que vous puissiez constater que la même concordance se reproduirait indéfiniment : je crois que vous tireriez immédiatement du fait la conclusion que le premier membre de l'une des équations entre en facteur dans le premier membre de l'autre.

D'un autre côté, deux courbes se raccordent d'autant plus intimement et se confondent d'autant plus loin, à partir de leur

tout l'intervalle et que l'on peut trouver pour le *Reste* une et même deux formes, affectées de *Thétas*, dont ni l'une ni l'autre ne refuse encore le service, alors que la série a déjà divergé depuis longtemps. Que reste-t-il alors de la formule de Taylor ?

point de départ commun, que le nombre de leurs dérivées égales est plus considérable; et si ces dérivées restent indéfiniment égales les deux courbes ne se distinguent plus l'une de l'autre, dans un parcours plus ou moins long. Or la fonction définie par la série de Taylor, et la fonction définie par l'équation qui a fourni les coefficients de cette série, ont toutes les mêmes dérivées en nombre infini, les deux courbes dont elles sont les ordonnées se confondent donc, sauf, peut-être, que l'une est moins longue que l'autre. Au reste, que pourriez-vous faire de plus en faveur de la première pour la rapprocher davantage de la seconde? Vous ne pourriez pas même emprunter à celle-ci une dérivée de plus.

Vous dites avec raison qu'une parabole est une ellipse dont les axes sont devenus infinis, vous le croyez, et vous vous refuseriez à admettre que deux courbes qui ont entre elles un contact d'ordre infini se confondent aussi loin qu'elles s'étendent l'une et l'autre! Cependant les deux faits sont du même ordre : la parabole n'est en réalité que la moitié tangible de l'ellipse devenue infinie.

Mais revenons à la théorie de Lagrange : il ne se préoccupe pas des conditions de convergence de la série de Taylor; mais, pour ce qu'il voulait faire de cette série, il n'avait pas besoin de recourir à ces conditions : pourvu en effet qu'aucune des dérivées de la fonction ne se trouvât infinie, pour le système des valeurs initiales x_0 et y_0 de la variable et de la fonction, il était évident d'avance que la série serait d'abord convergente tant qu'on ne donnerait à x que des valeurs suffisamment voisines, arithmétiquement, de x_0, si x_0 et x devaient être réelles, ou, dans le cas contraire, des valeurs telles que le module de $x - x_0$ fût suffisamment petit; il était donc certain d'avance que la série repré-

senterait un segment plus ou moins étendu de la fonction, à partir de sa valeur initiale y_0; et cela suffisait, soit pour permettre l'établissement de la théorie des contacts, relativement à la courbe dont l'ordonnée serait représentée par la fonction considérée, soit pour donner une base certaine à la discussion de la marche de cette fonction aux environs de la valeur initiale y_0, soit, enfin, pour assurer l'emploi de la méthode d'intégration par série, dans les limites, quelles qu'elles fussent, où la fonction proposée serait développable par la formule de Taylor, limites qui seraient aussi celles dans lesquelles la série intégrale resterait convergente; car une série ordonnée suivant les puissances croissantes de la variable est convergente ou divergente en même temps que toutes ses dérivées et intégrales, la limite du rapport des modules de deux termes consécutifs restant la même dans toutes ces séries.

Comme je ne retrouverai probablement pas l'occasion, dans cet ouvrage, de revenir sur la question, je crois utile d'essayer ici de compléter la théorie de la série de Taylor.

La première question qui se présente consiste à savoir comment on pourrait s'assurer que le développement fût possible, dans une limite plus ou moins étendue, à partir d'un système choisi de valeurs x_0 et y_0 de la variable et de la fonction, c'est-à-dire comment on pourrait acquérir la certitude qu'aucune des dérivées de celle des fonctions y qui acquiert la valeur y_0, pour $x = x_0$, ne put devenir infinie.

Cette question qui peut, au premier abord, paraître très difficile est en réalité fort simple.

Si la valeur considérée, y_0, de la fonction y, qui correspond à $x = x_0$, est déjà infinie, la question se trouve par là tranchée :

la forme correspondante de la fonction n'est pas développable, à partir de $x = x_0$.

Si y_0 est fini et que, pour $x = x_0$, l'équation

$$f(x, y) = 0,$$

qui définit les diverses formes de la fonction y, n'admette la racine $y = y_0$ qu'au premier degré de multiplicité, $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0$ est nécessairement fini, parce que la dérivée d'une fonction ne peut devenir infinie qu'aux points de la courbe, ayant cette fonction pour ordonnée, où la tangente à cette courbe est parallèle à l'axe des y, c'est-à-dire où la fonction y acquiert des valeurs égales.

La valeur de $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0$ étant finie, celle de $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0$ se trouvera aussi finie, pour les mêmes raisons et ainsi de suite.

On pourrait, il est vrai, dans l'hypothèse précédente, supposer que deux valeurs de $\frac{dy}{dx}$ se trouvassent égales pour $x = x_0$, ce qui arriverait si en deux des points d'intersection de la courbe

$$f(x, y) = 0$$

par la droite

$$x = x_0,$$

les tangentes à cette courbe se trouvaient accidentellement parallèles. Mais cette difficulté s'évanouit d'elle-même parce que si y_0 et y_1 sont les deux valeurs de y, correspondant à $x = x_0$, auxquelles correspondent des valeurs égales de $\frac{dy}{dx}$, les dérivées suivantes finiront par se séparer, à moins que les deux branches

de la courbe, qui partiraient des points

$$(x_0, y_0) \quad \text{et} \quad (x_0, y_1)$$

ne soient superposables, auquel cas, encore, les deux formes de la fonction, qui prennent les valeurs y_0 et y_1, pour $x = x_0$, seraient séparément développables, à partir de $x = x_0$, sans offrir, d'ailleurs, d'autre singularité particulière que de présenter partout une différence constante, $y_1 - y_0$.

Si y_0 se trouvait être racine double de l'équation

$$f(x_0, y) = 0,$$

mais que les deux valeurs de $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0$ fussent distinctes, les deux formes de la fonction y, qui partiraient de la valeur initiale y_0 seraient, pour les mêmes raisons que précédemment, séparément développables à partir de $x = x_0$, seulement les coëfficients des deux séries seraient formés des deux séries de valeurs des dérivées de y, pour $x = x_0$ et $y = y_0$.

Plus généralement : si y_0 est racine d'ordre n de l'équation

$$f(x_0, y) = 0$$

et que p des valeurs de $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0$ se trouvent à la fois finies, distinctes et différentes des $n - p$ autres, les p formes correspondantes de la fonction y seront développables.

Si parmi les $n - p$ formes restantes de la fonction y, q d'entre elles ont leur première dérivée infinie, ces q formes seront indéveloppables.

Si parmi les $n - p - q$ formes qui resteront, r d'entre elles ont leurs secondes dérivées finies, distinctes et différentes des

$n-p-q-r$ autres, les r formes correspondantes de la fonction y seront développables.

Si, parmi les $n-p-q-r$ formes restantes de la fonction y, s d'entre elles ont leurs dérivées troisièmes infinies, ces s formes seront indéveloppables et ainsi de suite.

Or, il n'y a évidemment d'autre issue pour les formes d'une fonction, jusque-là confondues dans leurs valeurs et dans celles de leurs dérivées, que de présenter tôt ou tard, pour leurs dérivées d'ordres assez élevés, des valeurs soit distinctes, soit infinies. Car si deux formes de la fonction y fournissaient indéfiniment les mêmes valeurs pour leurs dérivées de tous les ordres, elles se confondraient, c'est-à-dire que la courbe

$$f(x, y) = 0,$$

dont l'ordonnée serait la fonction y, aurait deux branches superposées, ce qui ne saurait arriver dans les courbes algébriques, si du moins on les suppose irréductibles.

Une infinité de courbes transcendantes présentent, en nombre infini, des branches égales et superposables, dont les ordonnées forment une progression arithmétique ayant, en général, une raison imaginaire, mais ces branches mêmes ne se confondent pas et leurs ordonnées sont toutes développables, à partir des mêmes valeurs de l'abscisse.

Ainsi il sera toujours possible de savoir si une forme d'une fonction est, ou non, développable par la série de Taylor, à partir d'une valeur donnée x_0 de la variable.

Il reste à savoir entre quelles limites le développement pourra se faire, c'est-à-dire quelle sera la plus grande valeur que pourra

atteindre le module de $(x - x_0)$, sans que la série devienne divergente. La question serait par elle-même insoluble si l'on ne commençait par écarter l'hypothèse, admise par Cauchy, que la série de Taylor pût devenir divergente pour tomber dans un cas illusoire, c'est-à-dire pour cesser, avec une apparence de motifs, de représenter la fonction, lorsque cette fonction pourrait acquérir, à partir d'une valeur x_1, plus ou moins éloignée de x_0, des valeurs distinctes, que la série ne pourrait pas également fournir, puisqu'elle n'en a jamais qu'une.

Cauchy admettait que si, pour $x = x_1$, y devait prendre quelques valeurs égales, la série deviendrait nécessairement divergente pour des valeurs de x telles que le module de $(x - x_0)$ dépassât celui de $(x_1 - x_0)$, sans quoi, pensait-il, cette série pourrait, au-delà de $x = x_1$ fournir indifféremment les valeurs distinctes des diverses formes de la fonction y, qui seraient parties de la même valeur pour $x = x_1$.

Cette idée partait d'une manière fausse d'entendre la continuité : Cauchy, en effet, attachait à la continuité d'une fonction y l'unique condition que cette fonction pût prendre toutes les valeurs intermédiaires entre deux quelconques de ses valeurs. Mais la continuité n'exige pas seulement une condition, il en faut une infinité pour qu'elle soit réalisée. Il ne suffit pas que la fonction ne passe d'un état à un autre que par degrés insensibles, il faut qu'il en soit de même de toutes ses dérivées.

Il est au reste bien facile de se débarrasser de la difficulté soulevée par Cauchy : divergente ne signifie ni illusoire, ni capricante, mais infinie. C'est-à-dire que la série de Taylor, avant de devenir divergente, doit forcément prendre des valeurs de plus en plus grandes.

Cela posé si la forme de la fonction y, développée à partir de $x = x_0$, doit prendre une valeur infinie pour $x = x_1$, il est bien clair que le développement ne pourra pas s'étendre au-delà de $x = x_1$, c'est-à-dire ne pourra pas s'étendre à des valeurs de x pour lesquelles le module de $(x - x_0)$ dépasserait celui de $(x_1 - x_0)$, puisque la valeur de la série, qui représente la fonction développée, tant que cette série est convergente, devrait croître indéfiniment lorsque x se rapprocherait de x_1.

Ainsi d'abord les valeurs de x qui feront acquérir à quelques formes de la fonction y des valeurs infinies pourront former des limites au-delà desquelles la série deviendrait divergente.

Mais ce ne seront pas les seules, et nous en avons déjà donné la raison, qui est qu'une série ordonnée suivant les puissances croissantes de la variable est convergente ou divergente en même temps que toutes ses dérivées.

Il en résulte, en effet, que si les dérivées de quelques-unes des formes de la fonction y qui prennent une même valeur y_1 pour une valeur x_1 de x, deviennent infinies à partir d'un certain ordre, la valeur x_1 de x pourra former une limite au delà de laquelle la série deviendrait divergente, puisque les dérivées de cette série pourraient prendre des valeurs indéfiniment croissantes un peu avant que x atteignît la valeur x_1.

La série elle-même, qui représente y, deviendrait dans ce cas divergente par raison collatérale; elle devrait conserver une valeur finie pour cette valeur x_1 de x, puisque la fonction serait restée finie, et si l'on y regardait de bien près on lui trouverait effectivement encore une valeur finie, mais cette valeur deviendrait infinie dès que x dépasserait x_1. Il arriverait dans ce cas que les termes généraux de la série elle-même et de celle de ses

dérivées qui devrait devenir infinie tendraient également vers zéro, pour $x = x_1$, avec cette différence que la somme des termes, dans la première, resterait finie, tandis qu'elle deviendrait infinie, dans la seconde. Mais au-delà de $x = x_1$ les termes généraux ne tendraient plus vers zéro.

Ainsi la convergence pourra être limitée aux valeurs de x pour lesquelles la fonction ou ses dérivées pourraient devenir infinies, à partir d'un certain ordre.

Mais il faudrait bien se garder de croire, comme Cauchy se l'était imaginé, que le développement de l'une des formes de la fonction y, caractérisée par la valeur initiale y_0 et par les valeurs correspondantes de toutes ses dérivées, à l'infini, dût nécessairement se trouver arrêté à celle des valeurs critiques de x, c'est-à-dire pour lesquelles la fonction ou ses dérivées acquerraient des valeurs infinies, qui serait telle que le module de la différence entre x_0 et cette valeur critique fût moindre que ceux des différences entre x_0 et les autres valeurs critiques.

Pour que le développement de la forme considérée de la fonction y se trouve limité à une valeur critique x_1 de x, il faudra naturellement que cette forme de la fonction puisse, sans que le module de $(x - x_0)$ ait dépassé celui de $(x_1 - x_0)$, venir se confondre avec l'une des formes qui prennent des valeurs infinies pour $x = x_1$, ou dont les dérivées deviennent infinies pour cette même valeur.

Nous nous arrêtons là, parce que la discussion de ce dernier point exigerait la représentation des valeurs imaginaires de la variable et de la fonction.

Calcul des variations.

Cette méthode dont l'invention constitue l'un des plus beaux titres de gloire de Lagrange a pour objet de soumettre à des règles simples et uniformes la solution des deux problèmes qui avaient fait tant d'honneur aux Bernoulli : le problème des isopérimètres et celui de l'équilibre des systèmes déformables.

Pour mettre immédiatement cette conception dans tout son jour, il suffira de dire que le Calcul des variations va jusqu'à déterminer non plus des *grandeurs* ou des *fonctions*, mais des *espèces*.

Lagrange se propose de déterminer les fonctions arbitraires qui entrent dans la composition d'une formule type, de manière que cette formule satisfasse à de certaines conditions.

Ce que nous appelons formule type est la formule générale d'une classe de grandeurs, comme par exemple la formule des longueurs, celle des surfaces, celles des volumes, des poids des corps, etc., formules toutes infinitésimales.

Un exemple suffira pour éclaircir notre pensée : supposons une surface courbe donnée et deux points marqués sur cette surface : on pourra, entre les deux points, tracer sur la surface une infinité de courbes; la courbe tracée aura plus ou moins d'étendue, on pourrait donc se proposer de trouver la plus courte ligne qui pût joindre les deux points sur la surface donnée. Ce serait là un problème de minimum déjà fort compliqué.

Mais imaginons maintenant que la surface proposée change ainsi que les deux points, on trouvera une nouvelle courbe minimum. Cependant toutes les courbes les plus courtes que l'on

puisse tracer sur toutes les surfaces imaginables ont quelque chose de commun, elles forment une *espèce* particulière de courbes; c'est cette espèce que Lagrange se propose de déterminer.

Dans cette question, la grandeur qui doit satisfaire à une condition est une longueur, la formule type à considérer est donc celle des longueurs. cette formule est

$$\int \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

x, y, z désignant les coordonnées rectangulaires d'un point de la courbe, et dx, dy, dz les différentielles de ces coordonnées.

Cela posé, la méthode de Lagrange consiste à considérer les fonctions arbitraires entrant dans la formule type (dans l'exemple, ce seraient si l'on voulait y et z qui seraient des fonctions arbitraires de x) comme capables d'une variation continue dans leur forme et à traiter les fonctions infiniment petites qui constitueraient les accroissements qu'elles auraient subis, comme des différentielles ordinaires, de façon à les soumettre par conséquent aux règles du Calcul infinitésimal.

Des maxima et minima des intégrales.

La question posée en termes analytiques consiste à déterminer les fonctions d'une même variable indépendante qui feraient prendre à une intégrale de forme déterminée ses valeurs maximum ou minimum.

Ainsi, si l'on choisissait arbitrairement y, z, ..., en fonction

de x, l'intégrale

$$\int_{x_0}^{x_1} \mathrm{F}\left(x, y, z, \ldots, \frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}, \ldots, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^2z}{dx^2} \cdots\right) dx$$

prendrait une certaine valeur dépendant de la forme de F, forme qui sera supposée fixe; si l'on choisissait ensuite d'autres fonctions pour exprimer y, z, ... en x, l'intégrale prendrait une autre valeur : on peut donc se proposer de déterminer les fonctions de x qui, mises à la place de y, z, ..., rendraient l'intégrale maximum ou minimum.

Pour que l'intégrale soit maximum ou minimum pour certaines valeurs en x de y, z, ..., il faut qu'elle prenne pour ces valeurs de y, z, ..., une valeur plus petite ou plus grande que pour toutes autres valeurs en x de ces fonctions, ou, du moins, que pour toutes valeurs infiniment voisines, arithmétiquement, de celles auxquelles correspond le maximum ou le minimum.

Cela posé, si nous désignons par y, z, ..., les fonctions cherchées, et par $y + \omega$, $z + \omega'$, ..., des fonctions de x qui diffèrent infiniment peu de y, z, ..., pour toutes valeurs numériques de x, la condition à exprimer sera que la variation que subirait l'intégrale, lorsque l'on substituerait les fonctions $y + \omega$, $z + \omega'$, ... aux fonctions y, z, ..., soit constamment négative ou constamment positive.

Quelquefois, outre les fonctions y, z, ..., on a encore à déterminer les limites x_0 et x_1, assujetties seulement à de certaines conditions, concurremment avec y_0, z_0 et y_1, z_1 : nous les supposerons donc inconnues, et si x_0 et x_1 sont les limites cherchées et $x_0 + \delta x_0$, $x_1 + \delta x_1$, des quantités infiniment voisines de x_0 et x_1, il faudra que la variation de l'intégrale conserve encore le

même signe lorsqu'on remplacera à la fois y, z, ..., par $y+\omega$, $z+\omega'$, ..., et les limites x_0 et x_1, par $x_0+\delta x_0$ et $x_1+\delta x_1$. Ainsi la différence

$$\int_{x_0+\delta x_0}^{x_1+\delta x_1} \mathrm{F}\left[x, y+\omega, z+\omega', \ldots, \frac{d(y+\omega)}{dx}, \frac{d(z+\omega')}{dx}, \ldots, \frac{d^2(y+\omega)}{dx^2}, \frac{d^2(z+\omega')}{dx^2}, \ldots\right]dx$$

$$-\int_{x_0}^{x_1} \mathrm{F}\left(x, y, z, \ldots, \frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}, \ldots, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^2z}{dx^2}, \ldots\right)dx,$$

devra conserver le signe $+$ ou le signe $-$, quelles que soient les fonctions infiniment petites ω, ω', ... et quelles que soient les quantités infiniment petites δx_0 et δx_1.

La quantité placée sous le signe $\int$ dans la première intégrale peut être développée suivant la formule de Taylor. En bornant le développement aux termes infiniment petits du premier ordre, c'est-à-dire aux termes en $\omega, \omega', \ldots, \frac{d\omega}{dx}, \frac{d\omega'}{dx}, \ldots, \frac{d^2\omega}{dx^2}, \frac{d^2\omega'}{dx^2}, \ldots,$ qui sont tous comparables entre eux, on remplacera cette première intégrale par la somme des suivantes :

$$\int_{x_0+\delta x_0}^{x_1+\delta x_1} \mathrm{F}\left(x, y, z, \ldots, \frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}, \ldots, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^2z}{dx^2}, \ldots\right)dx$$

$$+\int_{x_0+\delta x_0}^{x_1+\delta x_1} \mathrm{F}'_y\left(x, y, z, \ldots, \frac{dy}{dx}, \ldots, \frac{d^2y}{dx^2}, \ldots\ldots\right)\omega\, dx$$

$$+\int_{x_0+\delta x_0}^{x_1+\delta x_1} \mathrm{F}'_z\left(x, y, z, \ldots, \frac{dy}{dx}, \ldots, \frac{d^2y}{dx^2}, \ldots\ldots\right)\omega'\, dx$$

$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+\int_{x_0+\delta x_0}^{x_1+\delta x_1} \mathrm{F}'_{\frac{dy}{dx}}\left(x, y, \ldots, \quad \frac{dy}{dx}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\right)\frac{d\omega}{dx}\,dx$$

$$+\int_{x_0+\delta x_0}^{x_1+\delta x_1} \mathrm{F}'_{\frac{dz}{dx}}\left(x, y, \ldots, \quad \frac{dy}{dx}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\right)\frac{d\omega'}{dx}\,dx$$

$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$+\int_{x_0+\delta x_0}^{x_1+\delta x_1} \mathrm{F}'_{\frac{d^2y}{dx^2}}\left(x, y, \ldots, \quad \frac{dy}{dx}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\right)\frac{d^2\omega}{dx^2}\,dx$$

$$+\int_{x_0+\delta x_0}^{x_1+\delta x_1} \mathrm{F}'_{\frac{d^2z}{dx^2}}\left(x, y, \ldots, \quad \frac{dy}{dx}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\right)\frac{d^2\omega'}{dx^2}\,dx$$

$$+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

La différence entre

$$\int_{x_0+\delta x_0}^{x_1+\delta x_1} \mathrm{F}\left(x, y, z, \ldots, \quad \frac{dy}{dx}, \cdots\right)dx$$

et

$$\int_{x_0}^{x} \mathrm{F}\left(x, y, z, \ldots, \quad \frac{dy}{dx}, \cdots\right)dx$$

se réduit évidemment, en négligeant les termes d'ordres supérieurs, à la différence entre les valeurs de

$$\mathrm{F}\left(x, y, z, \ldots, \quad \frac{dy}{dx}, \ldots, \quad \frac{d^2y}{dx^2}, \cdots\right)\delta x,$$

pour $x = x_0$ et pour $x = x_1$, δx recevant en même temps les valeurs δx_0 et δx_1 ; on note cette différence sous la forme

$$\left[\mathrm{F}\left(x, y, z, \ldots, \quad \frac{dy}{dx}, \ldots, \quad \frac{d^2y}{dx^2}, \cdots\right)\delta x\right]_{x_0}^{x_1}.$$

Les limites, dans les autres intégrales, peuvent être ramenées

à x_0 et x_1, parce que ces intégrales sont déjà infiniment petites, comme contenant chacune sous le signe $\int$ deux facteurs infiniment petits, dx et l'une des quantités de même ordre ω, ω' ...; $\frac{d\omega}{dx}$, $\frac{d\omega'}{dx}$, ..., $\frac{d^2\omega}{dx^2}$, $\frac{d^2\omega'}{dx^2}$, ... La somme de ces intégrales peut donc être réduite à

$$
\begin{aligned}
&\int_{x_0}^{x_1} F'_y\left(x, y, \ldots, \frac{dy}{dx}, \cdots\right)\omega\, dx \\
+&\int_{x_0}^{x_1} F'_z\left(x, y, \ldots, \frac{dy}{dx}, \cdots\right)\omega'\, dx \\
+&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
+&\int_{x_0}^{x_1} F'_{\frac{dy}{dx}}\left(x, y, \ldots, \frac{dy}{dx}, \cdots\right)\frac{d\omega}{dx}\, dx \\
+&\int_{x_0}^{x_1} F'_{\frac{dz}{dx}}\left(x, y, \ldots, \frac{dy}{dx}, \cdots\right)\frac{d\omega'}{dx}\, dx \\
+&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
+&\int_{x_0}^{x_1} F'_{\frac{d^2y}{dx^2}}\left(x, y, \ldots, \frac{dy}{dx}, \cdots\right)\frac{d^2\omega}{dx^2}\, dx \\
+&\int_{x_0}^{x_1} F'_{\frac{d^2z}{dx^2}}\left(x, y, \ldots, \frac{dy}{dx}, \cdots\right)\frac{d^2\omega'}{dx^2}\, dx \\
+&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

Cela posé, la méthode consiste à transformer les intégrales qui contiennent des dérivées des fonctions infiniment petites ω, ω', ..., en d'autres qui ne contiennent plus que ces fonctions elles-mêmes, de façon à pouvoir réduire la variation totale de l'intégrale primitive, d'une part, à des parties toutes calculées, où

n'entrent que les valeurs des variations ω, ω', ..., aux limites, et de l'autre à une somme d'intégrales qui ne contiennent, sous le signe, l'une que ω, l'autre que ω', ... On y arrive très simplement par le procédé d'intégration par parties.

Ne nous occupons, pour le moment, que des intégrales qui contiennent $\frac{d\omega}{dx}, \frac{d^2\omega}{dx^2}, \dots$, le calcul se ferait de la même manière pour celles qui contiennent $\frac{d\omega'}{dx}, \frac{d^2\omega'}{dx^2}, \dots$.

Prenons d'abord l'intégrale

$$+\int_{x_0}^{x_1} F'_{\frac{dy}{dx}}\left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots\right)\frac{d\omega}{dx}\,dx:$$

en y considérant $\frac{d\omega}{dx}\,dx$ comme la différentielle exacte, et intégrant par parties, on la remplacera par

$$\left[F'_{\frac{dy}{dx}}\left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots\right)\omega\right]_{x_0}^{x_1}$$
$$-\int_{x_0}^{x_1} \mathfrak{D}_x\left[F'_{\frac{dy}{dx}}\left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots\right)\right]\omega\,dx.$$

Considérons maintenant l'intégrale

$$\int_{x_0}^{x_1} F'_{\frac{d^2y}{dx^2}}\left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots\right)\frac{d^2\omega}{dx^2}\,dx,$$

en intégrant de même par parties, en considérant $\frac{d^2\omega}{dx^2}\,dx$ comme la différentielle exacte, on la remplacera d'abord par

$$\left[F'_{\frac{d^2y}{dx^2}}\left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots\right)\frac{d\omega}{dx}\right]_{x_0}^{x_1}$$
$$-\int_{x_0}^{x_1} \mathfrak{D}_x\left[F'_{\frac{d^2y}{dx^2}}\left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots\right)\right]\frac{d\omega}{dx}\,dx.$$

Mais, en redoublant l'intégration par parties, on remplacera la dernière intégrale, précédée de son signe —, par

$$-\left\{ \mathcal{D}_x \left[\mathrm{F}'_{\frac{d^2y}{dx^2}}\left(x, y, \ldots, \frac{dy}{dx}, \cdots\right)\right] \omega \right\}_{x_0}^{x_1}$$
$$+\int_{x_0}^{x_1} \mathcal{D}''_{x^2} \left[\mathrm{F}'_{\frac{d^2y}{dx^2}}\left(x, y, \ldots, \frac{dy}{dx}, \cdots\right)\right] \omega\, dx.$$

Ainsi l'intégrale en question se trouvera encore remplacée par une somme de parties dépendant des variations aux limites et d'une intégrale ne contenant plus sous le signe que ω, au lieu de sa dérivée seconde.

La même méthode réussirait évidemment de la même manière à transformer semblablement les intégrales qui porteraient primitivement sur les dérivées d'ordres supérieurs de ω. Quant aux intégrales portant sur les dérivées de ω', on les réduira de la même manière.

Cela posé, pour simplifier l'écriture, désignons par M, N, P, ..., les dérivées de

$$\mathrm{F}\left(x, y, z, \ldots, \frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}, \cdots, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^2z}{dx^2}, \cdots\right),$$

par rapport à y, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, , ..., qui entraient dans les expressions précédentes, et de même par M′, N′, P′, ..., les dérivées de la même fonction par rapport à z, $\frac{dz}{dx}$, $\frac{d^2z}{dx^2}$, ...

Représentons, par suite, par $\frac{d\mathrm{M}}{dx}$, $\frac{d\mathrm{N}}{dx}$, $\frac{d\mathrm{P}}{dx}$, ..., les dérivées de M, N, P, ..., par rapport à x, en y considérant y, z, ...,

comme des fonctions de x, et, de même par $\frac{dM'}{dx}$, $\frac{dN'}{dx}$, $\frac{dP'}{dx}$, ..., celles de M', N', P', ...

La variation totale de l'intégrale proposée sera alors représentée par

$$\left\{\begin{array}{l} F\left(x, y, \ldots, \frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}, \ldots\right)\delta x \\ + \omega N + \omega' N' + \ldots, \\ + \frac{d\omega}{dx} P + \frac{d\omega'}{dx} P' + \ldots, \\ - \omega \frac{dP}{dx} - \omega' \frac{dP'}{dx} - \ldots, \\ + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\}_{x_0}^{x_1}$$

$$+ \int_{x_0}^{x_1} \left[M\omega + M'\omega' + \ldots, \quad - \omega \frac{dN}{dx} - \omega' \frac{dN'}{dx} - \ldots \right.$$
$$\left. + \omega \frac{d^2P}{dx^2} + \omega' \frac{d^2P'}{dx^2} - \ldots \right] dx.$$

Or, pour que cette quantité ne change pas de signe, quels que soient ω, ω', ..., et δx_0, δx_1, il faut qu'elle soit nulle d'elle-même, car autrement elle changerait de signe en même temps que ω, ω', ..., δx_0 et δx_1.

Mais elle se compose de deux parties essentiellement distinctes : la partie finie, dont la valeur ne dépend, outre δx_0 et δx_1, que des valeurs, aux limites, de ω, ω', ..., $\frac{d\omega}{dx}$, $\frac{d\omega'}{dx}$, ..., et l'intégrale, qui dépend principalement des valeurs de ω, ω', ... intermédiaires à leurs valeurs limites. Pour que la somme soit nulle, il faut donc que les deux parties soient séparément nulles.

Mais ω, ω', ..., sont complètement indépendants les uns des

autres; il faut donc, pour que la somme des intégrales

$$\int_{x_0}^{x_1} \omega\, dx \left(M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2P}{dx^2} - \ldots \right),$$

$$\int_{x_0}^{x_1} \omega'\, dx \left(M' - \frac{dN'}{dx} + \frac{d^2P'}{dx^2} - \ldots \right),$$

....

soit nulle, que chacune le soit séparément, c'est-à-dire que y, z, ..., satisfassent aux équations simultanées

$$M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2P}{dx^2} - \ldots = 0,$$

$$M' - \frac{dN'}{dx} + \frac{d^2P'}{dx^2} - \ldots = 0,$$

....

Ces équations, lorsqu'on pourra les intégrer, feront connaître y, z, ..., en fonction de x.

L'autre condition servira à déterminer les limites x_0 et x_1, y_0 et y_1, z_0 et z_1, ...

Si les fonctions y, z, ..., étaient liées d'avance à x par une condition

$$\varphi(x, y, z, \ldots) = 0,$$

l'une d'elles ne serait plus arbitraire, non plus que sa variation, qui devrait satisfaire à la condition

$$\frac{d\varphi}{dy}\omega + \frac{d\varphi}{dz}\omega' + \ldots = 0.$$

Dans ce cas, ou bien on éliminerait préalablement cette fonction, s'il était possible, ou bien on ne la considérerait jamais que comme déterminée au moyen des autres et de x; rien d'ailleurs ne serait changé à la théorie.

Problèmes des isopérimètres.

Il arrivera fréquemment que les fonctions y, z, ..., soient assujetties à la condition qu'une nouvelle intégrale, différente de celle dont on cherche les *maxima* et *minima*, doive être égale à une quantité donnée : les problèmes d'isopérimètres en offrent un exemple. Dans ce cas, on devra exprimer que la variation de la nouvelle intégrale est nulle comme celle de la principale : or, si les équations de ces variations à zéro sont, en supposant que la question ne comporte qu'une seule inconnue y,

$$V = M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2P}{dx^2} - \ldots = 0,$$

$$V_1 = M_1 - \frac{dN_1}{dx} + \frac{d^2P_1}{dx^2} - \ldots = 0,$$

on satisfera évidemment à la fois aux deux conditions en faisant $\frac{V}{V_1}$ égal à une constante λ, déterminant y en fonction de x par l'équation différentielle $\frac{V}{V_1} = \lambda$, reportant y exprimé au moyen de x et de λ dans l'intégrale qui doit être égale à une quantité donnée, et déterminant la constante λ en conséquence.

En effet, d'abord, la fonction y et la constante λ satisferont à la condition voulue que la seconde intégrale ait la valeur assignée; en second lieu, les variations des deux Intégrales ayant entre elles le rapport fini λ, l'une d'elles ne pourra pas être nulle sans que l'autre le soit.

Sur le nombre des éléments consécutifs qu'il conviendrait de considérer pour trouver, par la méthode des Bernoulli, la courbe remplissant une condition énoncée de maximum ou de minimum.

L'analyse qui précède nous permettra de répondre à la question que soulevait d'elle-même la discussion de la méthode employée par les Bernoulli, Leibniz, le marquis de l'Hospital et Newton pour traiter les questions qui ressortissent aujourd'hui au calcul des variations, question que nous avions dû laisser provisoirement sans solution.

Les intégrales dont se sont occupés les géomètres dont nous venons de rappeler les travaux, ne portèrent jamais que sur une seule fonction inconnue y; la question que nous allons examiner pourrait aussi bien être posée relativement à une intégrale portant sur un nombre quelconque de fonctions inconnues y, z, etc. Mais ainsi étendue, elle ne présenterait plus aucun intérêt historique. Au reste elle se résoudrait évidemment par les mêmes considérations. Nous nous bornerons donc à l'examen du cas où l'intégrale proposée porterait sur une seule fonction inconnue, y.

Cette question comporte deux solutions différentes selon que l'on suppose ou non qu'une théorie préétablie permette de parvenir à l'équation différentielle propre à définir la fonction inconnue, dès que la fonction placée sous le signe *somme* a pu être formulée. Dans le premier cas, il est bien clair que si la fonction, placée sous le signe, ne contient pas de dérivées de la fonction inconnue, dont l'ordre dépasse n, il n'y aura à considérer que n éléments consécutifs de la courbe cherchée, puisque cela suffira pour arriver à noter l'intégrale qu'il y aura lieu de considérer et que la recherche de l'équation différentielle

cherchée ne dépendra plus que d'un calcul uniforme, toujours le même, quelle que soit la question proposée.

C'est ainsi qu'Euler a résolu la question, parfaitement d'ailleurs, relativement au point de vue où il se plaçait. Mais ce n'est pas là la question qui avait divisé les deux frères Bernoulli, qui n'ayant aucun moyen de passer de la formule de la fonction placée sous le signe, à l'équation

$$M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2P}{dx^2}, \dots,$$

cherchaient à arriver directement à cette équation. Dans ce cas, le seul qui présente un intérêt historique, la solution est toute différente.

Soient

$$\int F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \quad \dots, \quad \frac{d^ny}{dx^n}\right) dx,$$

l'intégrale à considérer dans la question et $M, M_1, \dots, M_n$ les dérivées de F par rapport à $y, \frac{dy}{dx} \cdots \frac{d^ny}{dx^n}$: d'après la théorie précédente, l'équation qui déterminera la fonction y sera

$$M - \frac{dM_1}{dx} + \dots \pm \frac{d^nM_n}{dx^n} = 0,$$

et la question est de savoir à quel ordre elle s'élèvera. Or, M_n contiendra généralement $\frac{d^ny}{dx^n}$, sans qu'il puisse y entrer de dérivées d'ordres plus élevés de y par rapport à x; mais $\frac{d^nM_n}{dx^n}$ qui désigne la dérivée $n^{\text{ième}}$ de M par rapport à x, en y regardant y comme une fonction de x, contiendra toujours $\frac{d^{2n}y}{dx^{2n}}$, si M_n contient $\frac{d^ny}{dx^n}$.

L'équation

$$M - \frac{dM_1}{dx} + \ldots \pm \frac{d^n M_n}{dx^n} = 0,$$

qui devra déterminer y, sera donc en général de l'ordre $2n$; par conséquent, pour la former directement, il faudrait considérer $2n + 1$ points consécutifs de la courbe qui devrait satisfaire à la condition de maximum ou du minimum; ou décomposer l'élément de cette courbe en $2n$ sous-éléments.

Bien entendu, ce qui vient d'être dit ne signifie aucunement qu'il doive être toujours impossible de réduire, par des considérations particulières ou des moyens spéciaux, le nombre des éléments à mettre en ligne : par exemple, l'Hospital et Jean Bernoulli sont arrivés directement, pour la méridienne du solide de moindre résistance, à une équation différentielle du premier ordre; mais ils ne sont parvenus à des résultats si simples qu'à l'aide d'artifices ingénieux, spécialement appropriés à la question. En sorte que les plaisanteries adressées par l'Hospital à Fatio, pour être de bonne guerre, n'étaient peut-être pas charitables, car, dans l'espèce, l'intégrale à rendre minimun, contiendrait bien la dérivée de la fonction inconnue.

Equilibre d'un système déformable.

Pour bien faire comprendre la méthode de Lagrange, nous supposerons d'abord qu'il s'agisse d'un nombre limité de points (x, y, z), (x', y', z') ..., liés les uns aux autres mécaniquement, de telle sorte que leurs coordonnées doivent constamment satis-

faire à des équations

$$A = 0, \quad B = 0, \quad C = 0, \ldots,$$

en nombre moindre que le triple du nombre de ces points.

Les mêmes conditions $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$, ..., pourraient être rendues obligatoires de bien des manières différentes, c'est-à-dire par l'établissement de bien des systèmes équivalents de liaisons; mais, quels que soient les liens qui unissent effectivement les points considérés les uns aux autres, les conditions d'équilibre des forces qui les solliciteront seront toujours les mêmes. Ces conditions d'équilibre sont toutes renfermées dans l'équation de Lagrange

$$\Sigma(X\,\delta x + Y\,\delta y + Z\,\delta z) = 0 \tag{1}$$

où X, Y, Z désignent les composantes parallèlement aux axes, supposés rectangulaires, de la force appliquée en l'un des points (x, y, z); où δx, δy, δz représentent les variations que subiraient les coordonnées de ce point, par suite d'un déplacement virtuel quelconque du système, compatible avec ses liaisons; où enfin le signe Σ indique la sommation à faire, pour tous les points du système, des sommes partielles telles que

$$(X\,\delta x + Y\,\delta y + Z\,\delta z).$$

L'équation doit rester satisfaite quel que soit le déplacement virtuel que l'on imagine, et par conséquent quelles que soient les variations δx, δy, δz, $\delta x'$, ..., correspondantes.

Le déplacement imaginé devant être compatible avec les liaisons du système, il en résulte que les coordonnées $x + \delta x$, $y + \delta y$, $z + \delta z$, $x' + \delta x'$, ..., des points, dans leurs nouvelles

positions, doivent continuer de satisfaire aux conditions $A = 0$, $B = 0$, etc.; par suite, les variations δx, δy, δz, $\delta x'$, etc.; doivent elle-mêmes satisfaire aux équations différentielles des équations $A = 0$, $B = 0$, etc., c'est-à-dire aux équations.

$$(2)\quad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{dA}{dx}\delta x + \dfrac{dA}{dy}\delta y + \dfrac{dA}{dz}\delta z + \dfrac{dA}{dx'}\delta x' + \ldots = 0 \\ \dfrac{dB}{dx}\delta x + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right.$$

Ainsi les conditions d'équilibre seront que l'équation

$$(1)\qquad \Sigma(X\,\delta x + Y\,\delta y + Z\,\delta z) = 0$$

reste constamment satisfaite, quelles que soient les variations δx, δy, ..., pourvu qu'elles satisfassent aux équations (2).

Supposons que les points

$$(x, y, z), \quad (x', y', z'), \quad \ldots$$

soient au nombre de m, et les équations $A = 0$, $B = 0$, ..., au nombre de n, les $3m$ variations des coordonnées des points du système n'étant assujetties qu'à n conditions seulement, il y en aura donc $(3m - n)$ qui pourraient être choisies arbitrairement sans que les liaisons du système fussent rompues, les n autres variations étant, bien entendu, déterminées par les équations (2). Il en résulte évidemment que les conditions d'équilibre, dans ce cas, devraient être au nombre de $(3m - n)$.

Ces $(3m - n)$ conditions seront toujours aisées à obtenir; en effet, si des équations (2), qui sont linéaires, on tirait n des variations en fonction des autres, et qu'on les remplaçât dans

la somme

$$\Sigma(\mathrm{X}\,\delta x + \mathrm{Y}\,\delta y + \mathrm{Z}\,\delta z),$$

comme cette somme devrait être nulle quelles que fussent les $(3m - n)$ variations restantes, il faudrait évidemment que les coefficients de ces variations restantes fussent séparément nuls. On trouverait donc de cette manière les $(3m - n)$ conditions cherchées.

On pourra les exprimer d'une autre manière en faisant l'élimination des variations arbitraires au moyen de la méthode des coefficients indéterminés.

Si l'on multiplie, les équations (2) par des indéterminées $\lambda, \lambda', \lambda'', \ldots$, et qu'on les ajoute à l'équation (1), on pourra ensuite éliminer n des variations en déterminant $\lambda, \lambda', \ldots$, de manière que les coefficients de ces variations soient nuls; cela fait, et les $\lambda, \lambda', \ldots$, étant remplacés par leurs valeurs, il ne resterait, pour obtenir les conditions cherchées de l'équilibre, qu'à annuler encore les coefficients des autres variations.

Ainsi les conditions d'équilibre sont renfermées dans les équations

$$(3)\qquad \left\{\begin{array}{l}
\mathrm{X} + \lambda \dfrac{d\mathrm{A}}{dx} + \lambda' \dfrac{d\mathrm{B}}{dx} + \ldots = 0, \\[2ex]
\mathrm{Y} + \lambda \dfrac{d\mathrm{A}}{dy} + \lambda' \dfrac{d\mathrm{B}}{dy} + \ldots = 0, \\[2ex]
\mathrm{Z} + \lambda \dfrac{d\mathrm{A}}{dz} + \lambda \dfrac{d\mathrm{B}}{dz} + \ldots = 0, \\[2ex]
\mathrm{X}' + \lambda \dfrac{d\mathrm{A}}{dx'} + \lambda' \dfrac{d\mathrm{B}}{dx'} + \ldots = 0, \\[2ex]
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}\right.$$

dont on éliminerait $\lambda, \lambda', \ldots$.

Mais les quantités λ, λ', etc., sont en réalité des inconnues de la question, comme on va le voir, et les équations (3) les fourniront en même temps que les conditions d'équilibre.

Ces équations (3), en effet, contiendraient encore les conditions d'équilibre des m points proposés, entre lesquels la relation $A = 0$ viendrait à être supprimée, pourvu qu'en même temps ces points vinssent à être soumis à de nouvelles forces dont les composantes fussent, pour le point (x, y, z),

$$\lambda \frac{dA}{dx}, \quad \lambda \frac{dA}{dy}, \quad \lambda \frac{dA}{dz},$$

pour le point $(x' y' z')$

$$\lambda \frac{dA}{dx'}, \quad \lambda \frac{dA}{dy'}, \quad \lambda \frac{dA}{dz'},$$

. . . .

La condition $A = 0$ équivaut donc à l'introduction de ces forces; ou, en d'autres termes, les liens matériels qui obligent les points considérés à remplir la condition $A = 0$ réagissent sur ces points, et leurs réactions ont pour composantes, au point (x, y, z),

$$\lambda \frac{dA}{dx}, \quad \lambda \frac{dA}{dy}, \quad \lambda \frac{dA}{dz},$$

au point (x', y', z')

$$\lambda \frac{dA}{dx'}, \quad \lambda \frac{dA}{dy'}, \quad \lambda \frac{dA}{dz'},$$

. . . .

Il en serait de même séparément de chacune des autres conditions $B = 0$, $C = 0$, ...

Les équations précédentes donnent lieu à une autre remarque importante. La condition $A = 0$, par exemple, pourrait être considérée comme l'équation d'une surface sur laquelle chacun des points, dont les coordonnées y entrent, pourrait se déplacer, les autres restant fixes, sans que les liens fussent rompus.

Si, par exemple, on y regardait x, y, z comme seules variables, ce serait l'équation d'une surface sur laquelle le point (x, y, z) pourrait se déplacer, les autres restant fixes, en tant au moins qu'on n'aurait égard qu'à cette seule relation $A = 0$.

Or il est facile de voir que la force appliquée au point (x, y, z) que l'on obtiendrait en composant $\lambda \frac{dA}{dx}$, $\lambda \frac{dA}{dy}$, $\lambda \frac{dA}{dz}$ et qui, comme on l'a vu, équivaudrait, pour le point (x, y, z), à la réaction des liens qui assujettissent les points du système à l'équation $A = 0$, il est facile, disons-nous, de voir que cette force serait normale à la surface que représenterait l'équation $A = 0$, si l'on y regardait x, y, z comme seules variables.

Les coefficients angulaires du plan tangent à cette surface au point (x, y, z) seraient en effet $\frac{dA}{dx}$, $\frac{dA}{dy}$, $\frac{dA}{dz}$; par conséquent, les équations de la normale à ce plan, menée de l'origine, seraient

$$\frac{x}{\left(\frac{dA}{dx}\right)} = \frac{y}{\left(\frac{dA}{dy}\right)} = \frac{z}{\left(\frac{dA}{dz}\right)},$$

cette normale serait donc parallèle à la résultante des trois forces

$$\lambda \frac{dA}{dx}, \quad \lambda \frac{dA}{dy}, \quad \lambda \frac{dA}{dz}.$$

Considérons maintenant une suite de points matériels contigus formant une ligne flexible, extensible ou non, ou une surface aussi flexible, et de même extensible ou non, ou enfin un volume variable de figure, compressible ou non.

Les composantes de la force appliquée en chaque élément de la ligne, de la surface ou du volume seront données en fonction des coordonnées de l'un des points de l'élément (parce qu'elles ne pourraient pas varier d'une manière appréciable, dans l'intérieur de cet élément) et rapportées d'ailleurs à l'unité de longueur, de surface ou de volume. Les composantes de la force véritablement appliquée à cet élément seront donc ces mêmes fonctions connues des coordonnées d'un de ses points, multipliées respectivement par l'étendue de l'élément.

Ainsi, en désignant d'une manière générale par x, y, z les coordonnées d'un des points de la masse, et par de l'élément dont ce point fera partie, les composantes de la force qui y sera appliquée auront pour expressions les produits par de de trois fonctions X, Y, Z des coordonnées x, y, z. Ce seront

$$\mathrm{X}\,de,\quad \mathrm{Y}\,de,\quad \mathrm{Z}\,de.$$

Cela posé, les conditions d'équilibre exigeraient que, la masse des points considérés venant à subir un déplacement quelconque, compatible avec ses liaisons, la somme des travaux correspondants des forces qui les sollicitent fût constamment nulle.

Or, pour déterminer le mouvement de la masse entière, on pourra imaginer que les coordonnées d'un point quelconque de cette masse subissent des variations extrêmement petites représentées par des fonctions δx, δy, δz de ses coordonnées x, y, z;

en sorte que ce serait le choix de ces fonctions qui déterminerait le déplacement d'ensemble de la masse entière.

Dans cette hypothèse, on devra avoir

$$\Sigma(X\,de\,\delta x + Y\,de\,\delta y + Z\,de\,\delta z) = 0,$$

quelles que soient les fonctions δx, δy, δz, pourvu que le déplacement correspondant au choix de ces trois variations soit compatible avec les liaisons du système, et la somme, qui sera une intégrale simple, double ou triple, selon qu'il s'agira de points formant une ligne, une surface ou un volume, s'étendant à toute la masse.

Si le lieu des points considérés était extensible ou compressible, la loi suivant laquelle l'extension ou la compression dépendrait, en chaque point, de la pression exercée, établirait des relations entre les variations des points de l'ensemble, voisins les uns des autres, et ces relations rempliraient l'office des équations $A = 0$, $B = 0, \ldots$, du paragraphe précédent.

Supposons, pour plus de simplicité, qu'il s'agisse d'un fil inextensible : la condition à laquelle devront alors satisfaire deux points infiniment voisins sera que leur distance mutuelle reste constante.

Si x, y, z et $x + dx, y + dy, z + dz$ sont les coordonnées de deux points infiniment voisins du fil, dans la position d'équilibre, le premier venant en $(x + \delta x, y + \delta y, z + \delta z)$, par suite du déplacement virtuel, le second parviendra en

$$x + dx + \delta(x + dx), \quad y + dy + \delta(y + dy),$$
$$z + dz + \delta(z + dz);$$

les caractéristiques δ désignant ici des fonctions infiniment petites

et d'ailleurs distinctes de x, y et z, qui restent les mêmes lorsqu'elles portent sur $x + dx, y + dy$, $z + dz$; tandis que la caractéristique d désigne pour x un accroissement constant et arbitraire, et pour y et z des accroissements correspondants, mais dépendant de dx, en raison de la figure affectée par le fil.

Or, concevons à δx une forme $\varphi(x)$, $\delta(x + dx)$ sera représentée alors par

$$\varphi(x + dx) \quad \text{ou par} \quad \varphi(x) + \varphi'(x)\, dx,$$

c'est-à-dire par

$$\varphi(x) + d[\varphi(x)],$$

ou, pour abréger, par $\delta x + d(\delta x)$.

$$x + dx + \delta(x + dx)$$

pourra donc s'écrire :

$$x + \delta x + dx + d\,\delta x;$$

de même

$$y + dy + \delta(y + dy)$$

et

$$z + dz + \delta(z + dz)$$

seront exprimés respectivement par

$$y + \delta y + dy + d\,\delta y$$

et

$$z + \delta z + dz + d\,\delta z.$$

Cela posé, la condition que deux points infiniment voisins aient conservé leur distance mutuelle s'exprimera par l'équation

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = (dx + d\,\delta x)^2 + (dy + d\,\delta y)^2 + (dz + d\,\delta z)^2,$$

ou bien

$$0 = dx.d(\delta x) + dy.d(\delta y) + dz.d(\delta z),$$

en négligeant la somme

$$[d(\delta x)]^2 + [d(\delta y)]^2 + [d(\delta z)]^2,$$

qui serait du quatrième ordre, tandis que la précédente est du troisième.

L'équation précédente, que l'on peut écrire

$$\frac{dx}{ds}d(\delta x) + \frac{dy}{ds}d(\delta y) + \frac{dz}{ds}d(\delta z) = 0,$$

devrait être supposée répétée pour chacun des points de la corde. Il faudrait, pour continuer l'analogie, en multiplier les formules successives par des indéterminées $\lambda, \lambda', \ldots$, ajouter les résultats au premier membre de l'équation

$$\Sigma(X\,ds\,\delta x + Y\,ds\,\delta y + Z\,ds\,\delta z) = 0$$

et égaler séparément à zéro les coefficients de toutes les variations.

Mais l'indéterminée λ qui multiplierait l'équation

$$\frac{dx}{ds}d(\delta x) + \frac{dy}{ds}d(\delta y) + \frac{dz}{ds}d(\delta z) = 0,$$

relative au point (x, y, z), cette indéterminée, obtenue, s'il était possible, par le procédé applicable au cas d'un nombre limité de points, varierait continuellement avec x, y, z; en d'autres termes si la solution pouvait être obtenue par ce procédé, elle fournirait λ en fonction de x, y, z.

Il est donc naturel de substituer à la recherche impossible de la valeur numérique de λ, correspondant à chaque point du fil, celle de la fonction propre à la représenter.

Dans ce nouvel ordre d'idées, la somme qu'on aurait dû faire de

$$\lambda\left[\frac{dx}{ds}d(\delta x)+\frac{dy}{ds}d(\delta y)+\frac{dz}{ds}d(\delta z)\right]$$
$$+\lambda'\left[\frac{dx'}{ds}d(\delta x')\ldots\right]+\ldots,$$

devient l'intégrale

$$\int\lambda\left[\frac{dx}{ds}d(\delta x)+\frac{dy}{ds}d(\delta y)+\frac{dz}{ds}d(\delta z)\right]$$

et l'équation de l'équilibre, elle-même, est alors, en remplaçant *de* par *ds*

$$\int ds\,(X\,\delta x+Y\,\delta y+Z\,\delta z)$$
$$+\int\lambda\left[\frac{dx}{ds}d(\delta x)+\frac{dy}{ds}d(\delta y)+\frac{dz}{ds}d(\delta z)\right]=0;$$

mais l'intégration par parties donne

$$\int\lambda\frac{dx}{ds}d(\delta x)=\lambda\frac{dx}{ds}\delta x-\int\delta x\,d\left(\frac{\lambda\,dx}{ds}\right),$$
$$\int\lambda\frac{dy}{ds}d(\delta y)=\lambda\frac{dy}{ds}\delta y-\int\delta y\,d\left(\frac{\lambda\,dy}{ds}\right),$$
$$\int\lambda\frac{dz}{ds}d(\delta z)=\lambda\frac{dz}{ds}\delta z-\int\delta z\,d\left(\frac{\lambda\,dz}{ds}\right).$$

En faisant la substitution, ordonnant par rapport à δx, δy et δz séparément et indiquant les limites, l'équation d'équilibre devient

$$0=\left[\lambda\frac{dx}{ds}\delta x+\lambda\frac{dy}{ds}\delta y+\lambda\frac{dz}{ds}\delta z\right]_{x_0y_0z_0}^{x_1y_1z_1}$$
$$+\int_{x_0y_0z_0}^{x_1y_1z_1}\delta x\left(X\,ds-d\frac{\lambda\,dx}{ds}\right)+\delta y\left(Y\,ds-d\frac{\lambda\,dy}{ds}\right)$$
$$+\delta z\left(Z\,ds-d\frac{\lambda\,dy}{ds}\right),$$

(x_0, y_0, z_0) et (x_1, y_1, z_1) désignant les coordonnées des extrémités du fil.

Or, pour que cette somme soit nulle quelles que soient les fonctions δx, δy, et δz, il faudra évidemment d'abord qu'on ait en chaque point

$$X\,ds - d\frac{\lambda\,dx}{ds} = 0,$$

$$Y\,ds - d\frac{\lambda\,dy}{ds} = 0,$$

$$Z\,ds - d\frac{\lambda\,dz}{ds} = 0,$$

(car on pourrait supposer toutes les variations, autres que celles qui se rapportent au point xyz, infiniment petites par rapport à celles-ci), et, en outre, que les variations des coordonnées, aux points extrêmes du fil, satisfassent à la condition

$$\left[\lambda\frac{dx}{ds}\delta x + \lambda\frac{dy}{ds}\delta y + \lambda\frac{dz}{ds}\delta z\right]_{x_0 y_0 z_0}^{x_1 y_1 z_1} = 0.$$

Les trois équations entre (x, y, z), (X, Y, Z) et λ, si l'on pouvait en éliminer λ (qui du reste, en vertu de la théorie exposée dans le paragraphe précédent, représente la tension du fil en chaque point), donneront les rapports deux à deux des composantes X, Y, Z de la force appliquée en chaque point, si la figure du fil est donnée; ou bien ce seront les équations mêmes de la courbe affectée par le fil, si c'est la force qui est donnée en fonction de x, y, z.

Quant à la condition relative aux limites, on y remplacera d'abord λ_0 et λ_1 par leurs valeurs connues, d'après ce qui précède;

les variations des coordonnées des deux points extrêmes y seront déterminées en partie, en raison des conditions géométriques données, et elle liera entre elles les variations restantes.

Application.

Cherchons, par exemple, la forme d'équilibre affectée par un fil flexible, fixé par ses deux extrémités et soumis seulement à l'action de la pesanteur.

L'axe des z étant pris vertical et dirigé de bas en haut, X et Y seront identiquement nuls; Z, en supposant la densité du fil égale à 1, sera $-g$; les équations à résoudre seront donc

$$d\frac{\lambda\, dx}{ds} = 0,$$

$$d\frac{\lambda\, dy}{ds} = 0,$$

$$g\, ds + d\frac{\lambda\, dz}{ds} = 0,$$

qui donnent immédiatement

$$\lambda\frac{dx}{ds} = C, \quad \lambda\frac{dy}{ds} = C', \quad \lambda\frac{dz}{ds} = -gs + C''.$$

Les deux premières, divisées membre à membre, donnent

$$\frac{dy}{dx} = \frac{C}{C'},$$

équation qui montre que la courbe cherchée est plane, ce qui permet d'introduire une simplification. En supposant en effet qu'on

ait pris pour plan des zx le plan vertical passant par les deux points fixes, les équations se réduisent alors à

$$\lambda\frac{dx}{ds}=C \quad \text{et} \quad \lambda\frac{dz}{ds}=-gs+C_1,$$

d'où l'on tire, par l'élimination de λ,

$$C\frac{dz}{dx}+-gs+C_1$$

ou

$$\frac{C\dfrac{d^2z}{dx^2}}{\sqrt{1-\left(\dfrac{dz}{dx}\right)^2}}=-g.$$

C'est l'équation différentielle de la chaînette.

Calcul des différences.

Les premiers éléments de cette théorie se trouvent, comme nous l'avons vu, dans les œuvres de Leibniz; Jacques Bernoulli en a donné la formule fondamentale dans son mémoire sur le problème des isopérimètres; Newton avait auparavant résolu le problème de la parabole de degré m passant par $m+1$ points donnés, dont les abscisses fussent en progression arithmétique; c'est Lagrange qui a donné la dernière main à la théorie dont il s'agit; c'est à lui qu'on doit la solution générale du problème de l'interpolation; c'est lui qui a donné aux formules la forme élégante qu'elles ont aujourd'hui, et c'est d'après lui qu'on a pu substituer

à la pénible exposition de Newton une explication simple de sa méthode d'interpolation.

Le calcul des différences a pour objet principal la formation de règles propres à simplifier les calculs numériques destinés à donner les résultats des substitutions, dans une fonction d'une variable, de valeurs de cette variable formant habituellement une progression arithmétique.

Considérons une suite de nombres

$$u_0, \quad u_1, \quad u_2, \quad \ldots, \quad u_m;$$

on nomme différences premières de ces nombres les différences

$$u_1 - u_0, \quad u_2 - u_1, \quad \ldots, \quad u_m - u_{m-1}.$$

Ces différences premières sont représentées par les symboles

$$\Delta u_0, \quad \Delta u_1, \quad \ldots, \quad \Delta u_{m-1}.$$

On nomme différences secondes des nombres composant la suite, les différences

$$\Delta u_1 - \Delta u_0, \quad \Delta u_2 - \Delta u_1, \quad \ldots, \quad \Delta u_{m-1} - \Delta u_{m-2},$$

on les représente par les symboles

$$\Delta^2 u_0, \quad \Delta^2 u_1, \quad \ldots, \quad \Delta^2 u_{m-2},$$

et ainsi de suite.

Une différence de l'ordre p dépend de $p+1$ termes, ainsi $\Delta_p u_0$ dépend de

$$u_0, \quad u_1, \quad u_2, \quad \ldots, \quad u_p.$$

Par réciprocité, un terme de la suite dépend d'un des termes précédents et des différences de ce terme précédent jusqu'à l'ordre marqué par la différence des rangs des deux termes, c'est-à-dire

que u_p dépend de

$$u_0, \quad \Delta u_0, \quad \Delta^2 u_0, \quad \ldots, \quad \Delta_p u_0.$$

Nous commencerons par chercher les formules qui traduisent ces relations importantes et que nous avons déjà rencontrées dans l'établissement des bases du calcul différentiel.

Exprimons d'abord une différence d'ordre p en fonction des termes dont elle dépend :

$$\Delta u_0 = u_1 - u_0,$$

par la définition même; d'un autre côté,

$$\Delta u_1 = u_2 - u_1;$$

il en résulte par soustraction,

$$\Delta^2 u_0 = u_2 - 2u_1 + u_0;$$

la formule de $\Delta^2 u_0$, en y augmentant les indices d'une unité, donne

$$\Delta^2 u_1 = u_3 - 2u_2 + u_1;$$

et si l'on retranche $\Delta^2 u_0$ de $\Delta^2 u_1$, il vient :

$$\Delta^3 u_0 = u_8 - 3u_2 + 3u_1 - u_0;$$

la formule de $\Delta^3 u_0$ donne de même

$$\Delta^3 u_1 = u_4 - 3u_3 + 3u_2 - u_1,$$

d'où, en retranchant,

$$\Delta^4 u_0 = u_4 - 4u_3 + 6u_2 - 4u_1 + u_0;$$

etc.

On pourrait continuer ainsi indéfiniment; mais la loi de formation des différences successives ressort suffisamment de ce qui précède : les coefficients des différents termes qui composent la différence de l'ordre p sont les coefficients de la puissance p du

binôme $x - a$, c'est-à-dire que

$$\Delta^p u_0 = u_p - p u_{p-1} + \frac{p(p-1)}{1.2} u_{p-2} - \ldots.$$

Car pour passer de $\Delta^q u_0$ à $\Delta^{q+1} u_0$, il faut ajouter le coefficient d'un terme de $\Delta^q u_1$ au coefficient du terme précédent dans $\Delta^q u_0$.

Cherchons maintenant l'expression d'un terme quelconque en fonction d'un terme précédent et de ses différences successives.

On a, par définition,

$$u_1 = u_0 + \Delta u_0$$

et

$$\Delta u_1 = \Delta u_0 + \Delta^2 u_0;$$

en ajoutant ces deux formules, il vient

$$u_1 + \Delta u_1 = u_2 = u_0 + 2\Delta u_0 + \Delta^2 u_0.$$

Cette nouvelle formule, en y augmentant les indices d'une unité, donne

$$u_3 = u_1 + 2\Delta u_1 + \Delta^2 u_1,$$

on en conclut, par soustraction,

$$\Delta u_2 = \Delta u_0 + 2\Delta^2 u_0 + \Delta^3 u_0;$$

et, en ajoutant Δu_2 à u_2,

$$u_3 = u_0 + 3\Delta u_0 + 3\Delta^2 u_0 + \Delta^3 u_0,$$

et ainsi de suite; on voit que la formule générale est

$$u_p = u_0 + p\Delta u_0 + \frac{p(p-1)}{1.2}\Delta^2 u_0 + \ldots + \Delta^p u_0.$$

Lorsque les nombres qui forment la suite que l'on considère sont les résultats des substitutions dans une fonction $f(x)$, de dif-

férentes valeurs données à la variable, si x_0, x_1, x_2 ... sont les valeurs attribuées à x, on a un type général et algébrique des nombres considérés, ce type est $f(x)$, puisque les nombres désignés par u_0, u_1, u_2 sont

$$f(x_0), \quad f(x_1), \quad f(x_2), \quad \dots.$$

On peut se proposer d'obtenir de même une formule algébrique des différences premières, puis une autre pour représenter les différences secondes et ainsi de suite ; mais la première condition de réussite, dans cette recherche, est évidemment de fixer une loi de variation pour x. Il est clair en effet que si les nombres x_0, $x_1 \dots$, x_m étaient complètement indépendants les uns des autres, on ne pourrait établir aucun lien entre les différences premières de la fonction, ni par conséquent exprimer ces différences au moyen d'une même formule.

On suppose, ce qui est la loi la plus simple et la seule pratique, que les valeurs de x soient en progression arithmétique.

Dans ce cas le type général des différences premières de la fonction est évidemment

$$f(x+h) - f(x),$$

h désignant la raison de la progression des valeurs de x.

Soit $\varphi(x)$ cette fonction de x où h est une constante, il est clair que le type général des différences secondes de la fonction sera de même

$$\Delta^2 f(x) = \varphi(x+h) - \varphi(x).$$

Cette formule type étant de même désignée par $\psi(x)$, les différences troisièmes de la fonction seront encore représentées par

$$\psi(x+h) - \psi(x),$$

et ainsi de suite.

Si l'on suppose que la fonction $f(x)$ soit développable par la formule de Taylor dans l'intervalle des substitutions, on pourra écrire

$$\Delta f(x) = f(x+h) - f(x) = f'(x)h + f''(x)\frac{h^2}{1.2} + \ldots;$$

on aura de même

$$\begin{aligned}\Delta^2 f(x) = \varphi(x+h) - \varphi(x) = f''(x)h^2 + f'''(x)\frac{h^3}{1.2} + \ldots\\ + f'''(x)\frac{h^3}{1.2} + \ldots\\ + \ldots\end{aligned}$$

et encore

$$\Delta^3 f(x) = f'''(x)h^3 + \ldots.$$

En général on aura

$$\Delta^m f(x) = f_m(x)h^m + \ldots.$$

Si l'on applique la méthode à un polynôme algébrique de degré m, la différence première de ce polynôme ne sera plus que du degré $m-1$; la différence seconde ne sera plus que du degré $m-2$, et ainsi de suite. La différence d'ordre m sera une constante.

Chacun des développements qui précèdent sera alors terminé, puisque la dérivée d'ordre $m+1$ sera nulle, ainsi que les suivantes.

$\Delta f(x)$ aura donc m termes, $\Delta^2 f(x)$ n'en aura plus que $m-1$, etc., la $m^{\text{ième}}$ différence n'en aura plus qu'un seul; mais comme

$$\Delta^m f(x) = f_m(x)h^m + \ldots,$$

si le polynôme proposé est

$$A_0 x^m + A_1 x^{m-1} + \ldots$$

sa $m^{\text{ième}}$ dérivée étant

$$m(m-1)\ldots 2.1\,A_0,$$

la différence de l'ordre m de ce polynôme sera

$$m(m-1)\ldots 2.1\,A_0 h^m.$$

Il résulte de là un moyen très simple d'obtenir les résultats des substitutions de nombres en progression arithmétique dans le premier membre d'une équation algébrique entière : il suffit d'en faire directement $(m+1)$, on peut ensuite prolonger le tableau des résultats, sans plus avoir à faire que des additions.

Nous avons vu que la question avait été résolue par Leibniz.

Prenons pour exemple un polynôme du quatrième degré

$$x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 3x + 4 :$$

supposons que nous voulions faire des substitutions entières, et prenons 1 pour raison de la progression formée par les valeurs de x.

Nous commencerons par substituer les nombres 0, 1, 2, 3, 4 : les résultats des substitutions seront

$$4 \qquad 5 \qquad 18 \qquad 67 \qquad 200$$

les différences de ces résultats sont

$$1 \qquad 13 \qquad 49 \qquad 133$$

les différences secondes sont

$$12 \qquad 36 \qquad 84$$

les différences troisièmes

$$24 \qquad 48$$

enfin la différence quatrième est

$$24$$

Toutes les différences quatrièmes ayant pour valeur constante 24, 24 est donc la différence entre la dernière différence troisième calculée et la suivante; celle-ci est donc 72. 72 forme donc la différence entre la dernière différence seconde calculée, 84, et la suivante, celle-ci est donc 156, en ajoutant de même 156 à la dernière différence première 133, on a la suivante 289, enfin en ajoutant 289 à la dernière valeur calculée du polynôme, 200, on a la suivante 489, qui correspond à $x = 5$, et ainsi de suite.

Le même tableau initial peut aussi servir à former les résultats des substitutions descendantes $-1, -2, \ldots$ En effet, puisque 24 est la valeur constante des différences quatrièmes, la première différence troisième calculée étant d'ailleurs 24, la précédente devrait être 0. Cette nouvelle première différence troisième étant 0, la nouvelle première différence seconde devrait être 12, etc. En remontant ainsi, on trouve que 15 est le résultat de la substitution de -1 à x dans le polynôme proposé, et l'on continuerait ainsi indéfiniment.

Il n'y a que les polynômes algébriques dont les différences d'ordres supérieurs finissent par devenir toutes nulles, en sorte que ce qui vient d'être dit relativement à la formation du tableau des résultats des substitutions, semblerait ne devoir être applicable qu'aux fonctions algébriques entières; mais l'une des applications de la théorie des différences a pour objet la construction d'expressions algébriques entières capables de remplacer, d'intervalles en intervalles, et avec une suffisante approximation pour les besoins de la pratique, toutes sortes de fonctions.

La fonction algébrique entière, destinée à remplacer une fonction plus compliquée, étant une fois obtenue, c'est à cette

fonction entière qu'on applique la méthode qui vient d'être exposée.

La recherche de cette fonction entière constitue le problème de l'interpolation, qui a été traité d'abord par Newton, dans un cas particulier, et, finalement, par Lagrange, dans le cas le plus général.

Nous commencerons par poser la question elle-même, avant d'indiquer les deux solutions auxquelles nous venons de faire allusion.

L'interpolation, en général, a pour objet la construction d'une formule empirique propre à représenter exactement les résultats d'expériences faites, et à donner approximativement ceux qui correspondraient aux cas intermédiaires, non observés directement.

La forme analytique de la fonction à l'aide de laquelle on se propose de représenter approximativement la marche de la variable continue dont on veut exprimer une valeur quelconque, cette forme est toujours plus ou moins arbitraire ; aussi trouve-t-on souvent un grand nombre de formules interpolatrices pour représenter la loi d'un même phénomène ; mais le choix, loin d'être indifférent, doit, au contraire, toujours être éclairé par une discussion approfondie, où la sagacité, malheureusement, aura à jouer le principal rôle.

Tout ce que l'on peut dire de général à cet égard, c'est que, si le phénomène étudié présente un cas simple qui ait pu être traité théoriquement, il conviendra de former autant que possible les formules empiriques, relatives aux autres cas, sur le type de la formule connue : on ajoutera ordinairement à celle-ci un terme de correction contenant la cause perturbatrice.

Dans les formules d'interpolation dont on se sert le plus souvent, et que nous allons faire connaître, l'effet à évaluer est représenté par une expression algébrique entière, c'est-à-dire par un polynôme ordonné par rapport aux puissances croissantes de la cause. La forme entière présente plusieurs avantages dont il est facile de se rendre compte : en premier lieu, la fonction, sous cette forme, ne comporte jamais qu'une seule valeur pour chaque valeur de la variable ; or, presque tous les phénomènes physiques présentent ce caractère remarquable, que la grandeur de la cause détermine d'une manière absolue celle de l'effet correspondant.

On doit remarquer, d'ailleurs, que si l'on avait la représentation analytique exacte de la valeur de l'effet, le développement de la formule, suivant la série de Taylor, ferait précisément retomber sur la forme entière.

Enfin, cette forme se trouve en quelque sorte indiquée d'avance, dans tous les cas si fréquents où les variations de l'effet se trouvent restreintes dans d'étroites limites lors même que la cause subit les plus grands écarts.

Il existe toujours un polynôme de degré m au plus qui prenne $m+1$ valeurs définies, pour $m+1$ valeurs données de la variable et il n'en existe jamais qu'un seul : c'est ce polynôme qu'il s'agit de former. Il est donné dans deux cas différents par les formules dues à Newton et à Lagrange. La formule de Newton se rapporte au cas où les valeurs de la variable sont en progression arithmétique; c'est celui qui se présente le plus fréquemment dans la pratique, et le calcul arithmétique des coefficients du polynôme est alors plus simple; la formule de Lagrange s'applique, quelles que soient les valeurs de la variable.

Il sera intéressant de rapprocher ce qui va suivre de ce que nous avons extrait, dans notre cinquième volume, des œuvres mêmes de Newton.

Soient

$$x_0, \quad x_0+h, \quad x_0+2h, \quad \ldots, \quad x_0+mh$$

les m valeurs de la variable x,

$$u_0, \quad u_1, \quad u_2, \quad \ldots, \quad u_m$$

les valeurs correspondantes de la fonction, fournies par l'expérience, et

$$\Delta u_0, \quad \Delta^2 u_0, \quad \ldots, \quad \Delta^m u_0$$

les différences des divers ordres de u_0. On a vu qu'on pourra exprimer l'une quelconque u_p des valeurs $u_1, u_2, \ldots, u_m$ au moyen de la formule

$$u_p = u_0 + p\,\Delta u_0 + \frac{p(p-1)}{1.2}\Delta^2 u_0 + \frac{p(p-1)(p-2)}{1.2.3}\Delta^3 u_0 + \ldots,$$

qui s'arrête d'elle-même, après le $(p+1)^{\text{ième}}$ terme, les suivants contenant tous en numérateur le facteur $(p-p)$.

On peut considérer le second membre de cette formule, c'est-à-dire l'expression

$$u_0 + p\,\Delta u_0 + \frac{p(p-1)}{1.2}\Delta^2 u_0 + \ldots,$$

comme une fonction de p, et l'on voit que cette fonction, dont le degré est infini, prend les valeurs

$$u_0, \quad u_1, \quad u_2, \quad \ldots, \quad u_m$$

pour les valeurs

$$0, \quad 1, \quad 2, \quad \ldots, \quad m$$

de la variable p; mais elle conserverait les mêmes propriétés si on l'arrêtait au terme

$$\frac{p(p-1)\dots(p-m+1)}{1.2\dots m}\Delta^m u_0,$$

puisque les termes suivants n'entrent dans la composition d'aucune des valeurs

$$u_0, \quad u_1, \quad \dots, \quad u_m.$$

La fonction ainsi limitée deviendra un polynôme de degré m en p; ce ne sera pas encore le polynôme cherché, puisque les valeurs données $u_0, u_1, \dots, u_m$ de la fonction ne correspondront pas aux valeurs, aussi données $x_0, x_0+h, \dots, x_0+mh$ de la variable; mais une simple transformation de variable suffira pour obtenir la solution définitive de la question : il ne s'agira en effet que de remplacer p par une fonction de x, $p=\varphi(x)$, qui, pour les valeurs

$$x_0, \quad x_0+h, \quad \dots, \quad x_0+mh$$

de x, prenne les valeurs

$$0, \quad 1, \quad \dots, \quad m.$$

La recherche de cette fonction $\varphi(x)$ constituerait bien, il est vrai, une nouvelle interpolation ; mais les variables croissant maintenant toutes deux en progression arithmétique, on sait d'avance que la formule interpolatrice se réduira au premier degré

$$p = A + Bx;$$

la détermination des coefficients A et B résultera, d'ailleurs, simplement de deux substitutions $p=0$, $x=x_0$ et $p=1$, $x=x_0+h$. Ces substitutions donnent pour A et B les conditions

$$0 = A + Bx_0$$

et

$$1 = A + B(x_0 + h),$$

d'où l'on tire

$$B = \frac{1}{h} \quad \text{et} \quad A = -\frac{x_0}{h}$$

et par suite

$$p = \frac{x - x_0}{h}.$$

Ainsi, en remplaçant p par $\frac{x - x_0}{h}$ dans la formule

$$u_0 + p\Delta u_0 + \frac{p(p-1)}{1.2}\Delta^2 u_0 + \ldots$$
$$+ \frac{p(p-1)\ldots(p-m+1)}{1.2 - \ldots m}\Delta^m u_0,$$

on aura la formule d'interpolation que nous voulions faire connaître, et qui est celle à laquelle conduiraient les longs calculs indiqués par Newton :

$$u_0 + \frac{x - x_0}{h}\Delta u_0$$
$$+ \frac{(x - x_0)(x - x_0 - h)}{1.2h^2}\Delta^2 u_0 + \ldots$$
$$+ \frac{(x - x_0)(x - x_0 - h)\ldots[x - x_0 - (m-1)h]}{1.2\ldots mh^m}\Delta^m u_0.$$

On arrive plus directement à la formule de Lagrange : dans cette formule le polynôme interpolateur se compose de $m + 1$ parties dont chacune à son tour prend l'une des valeurs données de la fonction, pour la valeur correspondante donnée de la variable, tandis que toutes les autres s'annulent alors.

Soient

$$x_0, \quad x_1, \quad x_2, \quad \ldots, \quad x_m$$

les $m+1$ valeurs données de la variable, et

$$u_0, \quad u_1, \quad u_2, \quad \ldots, \quad u_m$$

les valeurs correspondantes de la fonction : la partie du polynôme interpolateur qui s'annulera pour les valeurs $x_1, x_2, \ldots, x_m$ de x aura nécessairement la forme

$$A(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_m),$$

A désignant une constante, puisque l'expression ne doit être que du degré m; d'ailleurs, pour que cette partie se réduise à u_0 pour $x=x_0$, il suffira que A soit déterminé par la condition

$$u_0 = A(x_0-x_1)(x_0-x_3)\ldots(x_0-x_m).$$

Ainsi cette première partie sera

$$\frac{(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_m)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)\ldots(x_0-x_m)}u_0;$$

la seconde sera de même

$$\frac{(x-x_0)(x-x_2)\ldots(x-x_m)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)\ldots(x_1-x_m)}u_1;$$

et toutes les suivantes se formeront d'après la même loi. La sommation de tous ces polynômes donnera la formule cherchée.

TRAVAUX DE MONGE.

Les efforts de Monge ont eu pour conséquences d'importants progrès dans trois directions distinctes.

Nous avons eu plusieurs fois l'occasion de dire les tentatives qui avaient déjà été faites pour donner aux architectes, aux mécaniciens, aux ingénieurs des procédés pour représenter les objets en relief et pour effectuer les constructions dans l'espace. Monge rassembla ces procédés, les compléta, en régularisa l'application et fit de leur ensemble une méthode scientifique d'un usage sûr et commode, sous le nom de Géométrie descriptive.

Nous avons dû insister précédemment sur l'indétermination considérable qui pèse naturellement sur l'intégrale générale d'une équation aux dérivées partielles : Monge caractérisa définitivement ce genre d'indétermination, pour les équations du premier ordre à trois variables, et fut ainsi amené à la conception d'une classification des surfaces en familles définies par une propriété de leurs plans tangents.

Enfin Monge, sans songer encore à réaliser les imaginaires en Géométrie, eut la hardiesse de les y considérer, à l'état d'intermédiaires entre les données et les inconnues, également réelles, et de formuler le principe fécond des relations contingentes qui a été le point de départ des belles recherches de Poncelet.

Nous allons dire quelques mots de chacune de ces nouveautés.

Géométrie descriptive.

Cette branche de la Géométrie générale ne fait pas, à proprement parler, partie de la Science pure : c'est plutôt un art parti-

culier, d'un grand prix pour les praticiens, mais d'une valeur relativement médiocre en théorie. Le but principal de la Géométrie descriptive est de fournir les moyens de réaliser indirectement, mais d'une manière équivalente, les constructions projetées dans l'espace. Elle supplée au défaut irrémédiable d'un tableau à trois dimensions, par l'association de deux tableaux à deux dimensions. Ces tableaux, formés habituellement de deux plans rectangulaires, reçoivent les projections orthogonales des points de l'espace, et, comme le couple des projections d'un point détermine la position de ce point dans l'espace, le mode descriptif de représentation remplit à la fois les deux conditions essentielles de définir l'objet et de ne s'appliquer qu'à lui. Il convient toutefois de remarquer que la Géométrie descriptive manque et manquera nécessairement toujours des moyens de représenter directement les objets qui, par leur nature, forment l'élément essentiel de la Géométrie à trois dimensions, nous voulons dire les surfaces. Les figures descriptives d'une surface, sur les deux plans de projection, n'y formeraient en effet que des plaques où les contours resteraient seuls distincts. Les surfaces ne peuvent être figurées descriptivement que par les projections de leurs génératrices, prises dans des positions voisines, mais nécessairement séparées par des intervalles finis. Cette considération seule suffira toujours pour faire refuser à la Géométrie descriptive les caractères d'une Science indépendante : si on la relie à la Géométrie spéculative, on ne peut plus y voir qu'un mode de représentation propre à permettre la réalisation des conceptions de l'esprit et, par suite, à faciliter les recherches, en en fixant à mesure les résultats.

Le problème général de la Géométrie descriptive peut être énoncé dans les termes suivants : la figure descriptive d'un objet

étant donnée, lui faire subir les modifications correspondant à des modifications définies de l'objet lui-même. Les relations entre l'objet et sa figure étant trop peu directes, la plupart des méthodes employées en Géométrie descriptive sont détournées; telle est, par exemple, la méthode des rabattements, qui consiste à ramener dans l'un des plans de projection les figures planes qui peuvent être considérées, à effectuer directement les constructions voulues sur ces figures, sans l'intermédiaire de leurs projections, et à obtenir après coup les projections des résultats. Telle est aussi la méthode des rotations, qui s'emploie de la même manière. Ce n'est guère que pour les intersections et les tangentes que les procédés restent ce qu'ils devraient être partout : opérer sur la figure pour opérer sur le figuré.

Quoi qu'il en soit, la Géométrie descriptive a rendu et rendra toujours les plus grands services aux ingénieurs et aux constructeurs. Elle remplit donc parfaitement les vues de son illustre créateur, Monge.

De l'interprétation d'une équation aux dérivées partielles.

Nous avons déjà dit quelle large indétermination une équation aux dérivées partielles laisse peser sur l'intégrale correspondante. C'est à Monge que l'on doit quelques indications précises sur ce genre d'indétermination.

Considérons une équation finie entre x, y et z, mise sous la forme

$$\varphi(f, f_1) = 0,$$

f et f_1 désignant deux fonctions connues de x, de y et de z; si on

la différentie successivement par rapport à x et z d'abord, par rapport à y et z ensuite, de manière à introduire les dérivées partielles

$$\frac{dz}{dx} \quad \text{et} \quad \frac{dz}{dy}$$

de z par rapport à x et à y, on aura :

$$\frac{d\varphi}{df}\left(\frac{df}{dx}+\frac{df}{dz}\,\frac{dz}{dx}\right)+\frac{d\varphi}{df_1}\left(\frac{df_1}{dx}+\frac{df_1}{dz}\,\frac{dz}{dx}\right)=0$$

et

$$\frac{d\varphi}{df}\left(\frac{df}{dy}+\frac{df}{dz}\,\frac{dz}{dy}\right)+\frac{d\varphi}{df_1}\left(\frac{df_1}{dy}+\frac{df_1}{dz}\,\frac{dz}{dy}\right)=0,$$

d'où l'on déduit, par division,

$$\frac{\dfrac{df}{dx}+\dfrac{df}{dz}\,\dfrac{dz}{dx}}{\dfrac{df}{dy}+\dfrac{df}{dz}\,\dfrac{dz}{dy}}=\frac{\dfrac{df_1}{dx}+\dfrac{df_1}{dz}\,\dfrac{dz}{dx}}{\dfrac{df_1}{dy}+\dfrac{df_1}{dz}\,\dfrac{dz}{dy}},$$

équation où il ne reste plus trace de la fonction φ.

Cette équation du premier ordre, aux dérivées partielles de z par rapport à x et à y, admet pour intégrale générale

$$\varphi(f, f_1)=0.$$

Une équation aux dérivées partielles, du premier ordre, d'une fonction de deux variables indépendantes admet donc pour intégrale une relation arbitraire entre deux fonctions déterminées des trois variables.

La question était de savoir si, dans ce cas particulier d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre d'une fonction de deux variables indépendantes, l'intégrale générale consiste

toujours en une relation arbitraire entre deux fonctions déterminées des trois variables.

Si l'on considère une surface quelconque, rapportée à trois axes de coordonnées, et qu'on désigne par p et q les dérivées partielles de z par rapport à x et à y, en un point (x, y, z) de cette surface, l'équation du plan tangent à la surface en ce point est

$$Z - z = p(X - x) + q(Y - y);$$

de sorte qu'une relation

$$F(x, y, z, p, q) = 0,$$

entre les coordonnées d'un point d'une surface et les dérivées partielles de z par rapport à x et à y, en ce point, est nécessairement la traduction analytique d'une propriété du plan tangent à la surface que représenterait l'équation intégrale.

D'un autre côté, une équation

$$\varphi(f, f_1) = 0,$$

où deux fonctions f et f_1 de x, y et z sont liées entre elles par une relation arbitraire, est l'équation la plus générale des surfaces admettant pour génératrices les courbes de l'espèce

$$f = \alpha,$$
$$f_1 = \beta;$$

et si la propriété du plan tangent à la surface représentée par l'intégrale générale de

$$F(x, y, z, p, q) = 0,$$

exprimée par cette équation, dérivait effectivement de ce que toutes les surfaces représentées par cette intégrale générale peu-

vent être engendrées par le mouvement, variable de l'une à l'autre, d'une génératrice commune

$$f = \alpha, \quad f_1 = \beta,$$

il faudrait bien convenir que cette intégrale générale doit être de la forme

$$\varphi(f, f_1) = 0.$$

La question revient donc à savoir si le plan tangent à la surface engendrée par une ligne

$$f = \alpha, \quad f_1 = \beta,$$

assujettie dans son mouvement à une condition

$$\varphi(\alpha, \beta) = 0,$$

jouirait d'une propriété indépendante de la forme de l'équation φ.

Or c'est précisément ce qui résulte de la possibilité d'éliminer la fonction φ entre les deux équations obtenues en dérivant

$$\varphi(f, f_1) = 0$$

successivement par rapport à x et à z, puis par rapport à y et à z; mais on peut le voir plus directement, je veux dire sans être obligé d'introduire la fonction φ pour l'éliminer ensuite, ce qui constitue une mauvaise méthode.

Soient

$$f(x, y, z) = \alpha$$

et

$$f_1(x, y, z) = \beta$$

les équations d'une ligne mobile suivant une loi arbitraire; les équations de la tangente à cette ligne, en un de ses points (x, y, z),

sont

$$(X-x)\frac{df}{dx}+(Y-y)\frac{df}{dy}+(Z-z)\frac{df}{dz}=0$$

et

$$(X-x)\frac{df_1}{dx}+(Y-y)\frac{df_1}{dy}+(Z-z)\frac{df_1}{dz}=0;$$

d'un autre côté, l'équation du plan tangent au même point (x, y, z) à la surface qu'engendre cette ligne est

$$(X-x)p+(Y-y)q-(Z-z)=0$$

et la condition à remplir par p et q est que le plan tangent contienne la tangente, c'est-à-dire que le déterminant des inconnues

$$X-x,\quad Y-y \quad \text{et} \quad Z-z$$

des trois équations simultanées soit nul, ou que

$$\begin{vmatrix} \frac{df}{dx} & \frac{df}{dy} & \frac{df}{dz} \\ \frac{df_1}{dx} & \frac{df_1}{dy} & \frac{df_1}{dz} \\ p & q & -1 \end{vmatrix}=0,$$

ce qui est précisément l'équation trouvée plus haut

$$\frac{\frac{df}{dx}+\frac{df}{dz}p}{\frac{df}{dy}+\frac{df}{dz}q}=\frac{\frac{df_1}{dx}+\frac{df_1}{dz}p}{\frac{df_1}{dy}+\frac{df_1}{dz}q}.$$

Ainsi une équation du premier ordre aux dérivées partielles d'une fonction de deux variables indépendantes conviendrait à toutes les surfaces engendrées par une ligne d'une espèce donnée, dont le mouvement continu resterait arbitraire, ou, ce qui revient au

même, par l'intersection de deux surfaces dont les équations contiendraient chacune une constante arbitraire.

Ajoutons que ces prévisions ont le plus souvent suggéré les méthodes d'intégration.

La même analyse s'étend aisément aux équations du premier ordre aux dérivées partielles des fonctions de plus de deux variables indépendantes, mais elle devait d'abord être fondée par rapport aux fonctions de deux variables seulement, qui comportent une représentation géométrique.

Désignons d'une manière générale, sous le nom de *champ* d'une équation à n variables, l'ensemble des solutions que comporte cette équation et considérons $(n-1)$ équations

$$
\begin{aligned}
f_1(x_1, x_2, \ldots x_n) &= \alpha_1, \\
f_2(x_1, x_2, \ldots x_n) &= \alpha_2, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
f_{n-1}(x_1, x_2, \ldots x_n) &= \alpha_{n-1}
\end{aligned}
$$

à n variables $x_1 \ldots x_n$, contenant chacune une constante arbitraire; supposons que ces n constantes arbitraires, varient d'une manière quelconque et qu'on considère à chaque instant le champ comprenant l'ensemble des solutions de ces $n-1$ équations; appelons d'ailleurs d'une manière générale *champ tangent* à un champ

$$F(x_1, x_2, \ldots x_p) = 0$$

le champ

$$(X_1 - x_1)\frac{dF}{dx_1} + (X_2 - x_2)\frac{dF}{dx_2} + \ldots + (X_p - x_p)\frac{dF}{dx_p} = 0:$$

le champ commun aux champs tangents aux champs

$$f_1 = \alpha_1, \quad f_2 = \alpha_2, \quad \ldots, \quad f_{n-1} = \alpha_{n-1}$$

sera déterminé par les équations

$$\begin{aligned}
&(X_1 - x_1)\frac{df_1}{dx_1} + (X_2 - x_2)\frac{df_1}{dx_2} + \ldots = 0,\\
&(X_1 - x_1)\frac{df_2}{dx_1} + \ldots \qquad\qquad\qquad = 0,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&(X_1 - x_1)\frac{df_{n-1}}{dx_1} + \ldots \qquad\qquad\quad = 0.
\end{aligned}$$

D'un autre côté le champ tangent au champ engendré par le mouvement du champ commun aux champs

$$f_1 = \alpha_1, \quad f_2 = \alpha_2, \quad \ldots, \quad f_{n-1} = \alpha_{n-1}$$

sera représenté par

$$\begin{aligned}
&(X_1 - x_1)p_1 + (X_2 - x_2)p_2 + \ldots\\
&\qquad + (X_{n-1} - x_{n-1})p_{n-1} - (X_n - x_n) = 0
\end{aligned}$$

$p_1, p_2, \ldots, p_{n-1}$ désignant les dérivées partielles de x_n par rapport à $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$; et si l'on veut exprimer que ce champ tangent contient le champ commun aux champs tangents aux champs

$$f_1 = \alpha_1 \ldots f_{n-1} = \alpha_{n-1}$$

on aura la condition

$$\begin{vmatrix}
\frac{df_1}{dx_1} & \frac{df_1}{dx_1} & \ldots\ldots & \frac{df_1}{dx_{n-1}} & \frac{df_1}{dx_n}\\
\frac{df_2}{dx_1} & \frac{df_2}{dx_2} & \ldots\ldots & & \frac{df_2}{dx_n}\\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\
\frac{df_{n-1}}{dx_1} & \frac{df_{n-1}}{dx_2} & \ldots & \frac{df_{n-1}}{dx_{n-1}} & \frac{df_{n-1}}{dx_n}\\
p_1 & p_2 & \ldots & p_{n-1} & -1
\end{vmatrix} = 0$$

qui sera l'équation aux dérivées partielles commune à tous les champs engendrés par le champ

$$f_1 = \alpha_1 \quad f_2 = \alpha_2 \quad \ldots \quad f_{n-1} = \alpha_{n-1},$$

de quelque manière que varient $\alpha_1 \ldots \alpha_{n-1}$.

Principe des relations contingentes.

La question que se pose Monge est celle-ci : Est-il légitime, dans l'établissement d'un théorème de Géométrie, de ne pas se préoccuper de savoir si quelques grandeurs, qu'on avait jugé utile de prendre comme intermédiaires entre les données et les inconnues, restent réelles dans tous les états de la figure ?

Monge résout la question affirmativement et érige son principe en méthode à suivre toutes les fois qu'elle procure quelques facilités.

Nous ne saurions mieux faire, pour rendre compte de la théorie de Monge à cet égard, que de rapporter ici l'appréciation qu'en a faite M. Chasles : « Pour définir cette méthode, nous dirons qu'elle consiste à considérer la figure sur laquelle on a à démontrer quelque propriété, dans des circonstances de construction générale où la présence de certains points, de certains plans ou de certaines lignes, qui dans d'autres circonstances seraient imaginaires, facilite la démonstration. Ensuite, on applique le théorème, qu'on a ainsi démontré, aux cas de la figure où ces points, ces plans et ces droites seraient imaginaires, c'est-à-dire qu'on le regarde comme vrai dans toutes les circonstances de constructions générales que peut présenter la figure à laquelle il se rapporte.

Ainsi, pour démontrer que, quand des cônes circonscrits à une surface du second degré ont leurs sommets en ligne droite, les plans de leurs courbes de contact passent tous par une même droite, Monge suppose que, par la droite lieu des sommets des cônes, on peut mener deux plans tangents à la surface; les courbes de contact des cônes passeront alors toutes par les deux points de contact de ces plans tangents, leurs plans passeront donc tous par la droite qui joindra ces deux points. Le théorème est donc démontré pour la disposition supposée de la figure, et Monge admet que cette démonstration s'étend au cas où l'on ne pourra point mener de plans tangents à la surface par la droite lieu des sommets des cônes, c'est-à-dire que le théorème a lieu pour toute position possible de cette droite. Cette méthode est fondée sur cette remarque qu'une figure peut présenter, dans sa construction la plus générale, deux cas différents : dans le premier, certaines parties, d'où ne dépend pas nécessairement la construction générale de la figure, mais qui en sont des conséquences contingentes ou accidentelles, sont réelles et palpables; dans le second, ces mêmes parties n'apparaissent plus, elles sont devenues imaginaires, et cependant les conditions générales de construction de la figure sont restées les mêmes. »

Il est facile de donner du principe de Monge une démonstration absolument rigoureuse : à tout théorème de Géométrie, relatif à une figure considérée d'une manière générale, correspond une identité algébrique qui servirait à établir ce théorème, c'est-à-dire une équation qui serait satisfaite dans tous les cas, continus entre eux, où la figure serait réalisable dans toutes les parties qui y ont été jointes pour les besoins de la démonstration. Or, la démonstration faite pour les cas où elle est possible, par les moyens em-

ployés, établit pour ces cas la justesse de cette équation, sans qu'on ait besoin de l'avoir formulée; mais une équation satisfaite, dans un intervalle si restreint qu'il soit, où les variables peuvent prendre une infinité de valeurs continues entre elles, est une identité absolue; l'égalité subsiste donc encore dans les cas où les variables auxiliaires employées dans la démonstration deviennent imaginaires; et ainsi tant que toutes les grandeurs dont l'énoncé fait mention restent réelles, le théorème reste vrai, quoi qu'il ait pu advenir des autres grandeurs.

« Cette méthode, dit M. Chasles, a été suivie par la plupart des disciples de Monge, mais toujours tacitement, comme Monge avait fait lui-même, et sans chercher à justifier cette manière hardie de raisonner. »

Nous croyons que Monge s'en rendait compte, et par un raisonnement analogue à celui que nous venons de faire. La démonstration que propose M. Chasles est loin d'être aussi satisfaisante, la voici :

« Nous croyons qu'on pourra, dans chaque cas particulier, justifier *à posteriori* la méthode en question par un raisonnement fondé sur les procédés généraux de l'analyse. Il suffit de remarquer que les deux circonstances générales de construction d'une figure, dont nous avons parlé, et dont la distinction est importante, parce qu'elles nous paraissent être la véritable origine de la question qui nous occupe, n'entrent jamais en considération dans l'application de l'analyse finie à la Géométrie. Les résultats obtenus par cette méthode s'appliquent, dans toute leur étendue, à ces deux circonstances générales de construction. Ces résultats sont des théorèmes concernant les parties *intégrantes et permanentes* de la figure, celles qui appartiennent à la construction

générale, et qui sont toujours réelles dans les deux cas; théorèmes tout à fait indépendants des parties *secondaires* ou *contingentes* et *accidentelles* de la figure, qui peuvent être indifféremment réelles ou imaginaires, sans changer les conditions générales de construction de la figure. Donc, quand ces résultats généraux sont démontrés, n'importe comment, sur l'une des deux figures, on peut conclure qu'ils ont également lieu dans l'autre figure. »

Le principe de Monge nous paraît très net et très précis, nous nous bornerons à le caractériser en disant qu'il ne se rapporte encore qu'à un usage, en quelque sorte virtuel, des imaginaires en Géométrie.

Progrès de l'Arithmétique.

Lagrange démontre que toute irrationelle du second degré, réduite en fraction continue, donne un quotient périodique. Il donne une méthode générale pour résoudre les équations indéterminées du second degré et énonce un grand nombre de théorèmes relatifs aux nombres premiers.

Progrès de l'Algèbre.

Lagrange conçoit d'une manière générale la transformation d'une équation algébrique en une autre dont les racines aient une relation donnée avec quelques racines de l'équation proposée. Il ramène le problème de l'abaissement d'une équation à celui de

la recherche de quelque relation particulière entre ses racines; et la mise en évidence d'une pareille relation à la constatation de l'existence d'une racine commune à l'équation proposée et à une transformée convenable de cette équation. Il donne la première méthode sûre pour séparer toutes les racines réelles d'une équation numérique, au moyen de l'équation aux carrés des différences de ses racines prises deux à deux. Il tire de cette méthode les conditions de réalité des racines d'une équation algébrique de degré quelconque, exprimées d'une manière générale. Il propose, pour l'approximation successive des racines réelles des équations numériques, leur réduction en fractions continues, qui a l'avantage de mettre en évidence les diviseurs du second degré à coefficients commensurables, du premier membre de l'équation considérée, lorsque ce premier membre comporte de pareils diviseurs. Il résout algébriquement les équations binomes de tous les degrés.

Progrès de l'Analyse.

Lagrange institue le Calcul des variations pour la solution générale des problèmes de maximum et de minimum des intégrales, et pour la théorie de l'équilibre des fils et voiles flexibles. Monge caractérise le genre d'indétermination qui affecte les intégrales générales des équations aux dérivées partielles du premier ordre. Lagrange fait faire un nouveau progrès à la théorie des fonctions elliptiques.

Progrès de la Géométrie.

Monge fonde la Géométrie descriptive et imagine les familles de surfaces caractérisées par une propriété commune de leurs plans tangents; il introduit accessoirement la considération des imaginaires en Géométrie.

Progrès de la Mécanique.

Watt construit les puissantes machines fixes dites de Cornouailles. Lagrange démontre le théorème des vitesses virtuelles, qui comprend toutes les équations d'équilibre des systèmes, et fournit par là les moyens de mettre en œuvre le principe de d'Alembert; il applique sa méthode des variations à la théorie de l'équilibre des fils et des surfaces flexibles; il traite de nouveau la question du mouvement des cordes vibrantes et celle de la propagation du son.

Progrès de l'Astronomie.

Herschel découvre Uranus et ses six satellites, ainsi que deux nouveaux satellites de Saturne; il observe un grand nombre de nébuleuses et les classe en résolubles et non résolubles; il constate dans les nébuleuses résolubles les mouvements relatifs des étoiles qui les composent; il fixe les durées des révolutions de Mars et de Jupiter autour des lignes de leurs pôles et mesure les inclinaisons de leurs équateurs sur les plans de leurs orbites. Piazzi découvre la première des planètes comprises entre Mars et Jupiter. Delambre et Méchain déterminent la base du système métrique.

Progrès de la Physique.

Galvani découvre l'élément de la pile. Herschel reconnaît dans le spectre solaire l'existence des rayons *infra-rouges*. Les frères Montgolfier inventent les aérostats. Saussure fonde la météorologie. Volta invente la pile électrique. Breguet invente le thermomètre métallique.

Progrès de la Chimie.

Guyton Morveau fonde la nomenclature chimique d'après les idées de Lavoisier. Wenzel établit définitivement la loi des proportions définies. Lavoisier établit la théorie de la combustion et de la respiration ; il classe les composés binaires en acides et bases et soupçonne la composition des bases terreuses. Schéele découvre le chlore. Berthollet fonde la théorie des affinités chimiques.

Progrès de la Géologie.

Pallas observe la disposition relative des masses granitiques, schisteuses et calcaires, dans une même chaîne de montagnes.

Progrès de la Minéralogie.

Haüy fonde la Minéralogie sur l'étude des formes cristallographiques.

Progrès de la Physiologie.

Pallas découvre et observe un grand nombre de zoophytes dont il forme une classe intermédiaire entre les animaux et les plantes. Laurent de Jussieu fonde sa méthode naturelle de classification des végétaux. Lamarck émet, relativement aux analogies que présentent dans leur constitution toutes les espèces d'êtres animés, des idées prématurées, mais qui ne seront pas perdues. Pinel inaugure l'étude scientifique des maladies mentales. Jenner imagine la vaccine.

BIOGRAPHIE

DES

SAVANTS DE LA TREIZIÈME PÉRIODE

ET

ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

LAGRANGE (LOUIS-JOSEPH).

(Né à Turin en 1736, mort à Paris en 1812.)

Il descendait d'une famille de Touraine, alliée à celle de Descartes. Son bisaïeul, capitaine de cavalerie au service de la France, avait passé à celui d'Emmanuel II, roi de Sardaigne, et s'était fixé à Turin, après s'y être marié. Son père, qui avait joui d'une assez grande fortune, s'était ruiné dans des entreprises hasardeuses. Lagrange considérait ce malheur comme l'origine de tout ce qui lui était ensuite arrivé d'heureux. « Si j'avais eu de la fortune, disait-il, je n'aurais probablement pas fait mon état des Mathématiques; et dans quelle carrière aurais-je trouvé les mêmes avantages? »

Il s'était d'abord montré admirateur enthousiaste de la Géométrie des anciens, et, chose singulière, il fut converti par la lecture d'un mémoire que Halley, qui est cependant resté fidèle

à cette Géométrie, avait composé pour démontrer la supériorité de l'analyse.

Nommé, à dix-neuf ans, professeur à l'École d'artillerie de Turin, il se fit des amis de ses élèves, qui étaient tous plus âgés que lui, réunit les plus distingués, et fonda, avec eux l'Académie de Turin, qui publia, en 1759, le premier volume de son recueil, sous le titre d'*Actes de la Société privée.* Outre différents articles de Lagrange sur la théorie des suites récurrentes, le Calcul des probabilités, les théories du son et des cordes vibrantes, ce volume contenait l'exposition de la méthode qui a formé depuis le Calcul des variations, et des applications de cette méthode à différents problèmes de Dynamique. Euler sentit aussitôt l'immense mérite de ces nouvelles méthodes, il en fit l'objet de profondes méditations, et s'empressa de faire associer Lagrange à l'Académie de Berlin. Il lui écrivait, le 2 octobre 1759, en lui annonçant sa nomination : « Votre solution du problème des isopérimètres ne laisse rien à désirer, et je me réjouis que ce sujet, dont je m'étais presque seul occupé, depuis les premières tentatives, ait été porté par vous au plus haut degré de perfection. L'importance de la matière m'a excité à en tracer, à l'aide de vos lumières, une solution analytique à laquelle je ne donnerai aucune publicité jusqu'à ce que vous-même ayez publié la suite de vos recherches, pour ne vous enlever, aucune partie de la gloire qui vous est due. » Quelque temps après, dans le mémoire où il expose la théorie de ce nouveau calcul, qu'il a nommé Calcul des variations, Euler disait : « Quel a été mon étonnement d'apprendre que le problème qui m'avait si longtemps et inutilement occupé se trouvait résolu, dans les *Mémoires de Turin*, avec autant de facilité que de bonheur! Cette

belle découverte m'a causé d'autant plus d'admiration, qu'elle est plus différente des méthodes que j'avais données et qu'elle les surpasse considérablement en simplicité. » Mais ce n'est pas seulement à Berlin que Lagrange trouvait des admirateurs : d'Alembert, quoique moins prompt à l'enthousiasme, se laissa bientôt gagner. Il avait élevé des doutes sur la nécessité, pour une masse liquide en équilibre, de se diviser par couches de niveau ; Lagrange montra que les équations de son illustre contradicteur ne sont elles-mêmes que celles des couches de niveau. D'Alembert lui écrivait peu après, à propos d'autres recherches : « Votre problème m'a paru si beau que j'en ai cherché une autre solution ; j'ai trouvé une méthode plus simple pour arriver à votre élégante formule. » Lagrange avait alors à peine vingt-cinq ans. A cette époque, une affection bilieuse, déterminée par un travail incessant, mit ses jours en danger et altéra définitivement sa constitution, déjà très frêle.

L'Académie des Sciences de Paris avait mis au concours l'explication de ce fait d'observation, que la Lune, sauf de petites variations assez peu sensibles, nous montre toujours la même face. Newton avait deviné que la Lune, en se solidifiant, a dû prendre une figure allongée vers la Terre, et que, par une conséquence nécessaire, le diamètre allongé de notre satellite ne peut jamais s'éloigner que de petites quantités de la direction dans laquelle son prolongement va passer par le centre de la Terre, la pesanteur terrestre, tendant toujours à l'y ramener, comme elle ramène un pendule dans la verticale. C'était beaucoup que d'avoir eu l'intuition de cette idée lumineuse, mais il fallait calculer l'aberration de sphéricité de la Lune et fonder la théorie de la libration sur l'évaluation des effets de la nouvelle force mise

en jeu. Lagrange résolut admirablement toutes les difficultés du problème. Aussi d'Alembert lui écrivit-il : « J'ai lu avec autant de plaisir que de fruit votre belle pièce sur la libration, si digne du prix qu'elle a remporté. » Le beau succès obtenu par Lagrange dans cette occasion inspira à l'Académie l'espoir de lui voir résoudre une question plus difficile encore et à laquelle les astronomes attachent un intérêt au moins aussi vif : elle mit au concours la théorie des satellites de Jupiter. Le problème du Soleil, de la Terre et de la Lune est ce qu'on a appelé le problème des trois corps; Euler, Clairaut et d'Alembert l'avaient à peu près résolu; la question que l'on proposait concernait six corps : le Soleil, Jupiter et ses quatre satellites; les difficultés en étaient bien plus considérables et elles n'ont été entièrement levées que vingt-quatre ans après, par Laplace; mais Lagrange, qui obtint encore le prix, avança beaucoup la solution. Non seulement il détermina la cause des inégalités observées par les astronomes, mais il en indiqua quelques autres, trop faibles pour avoir pu être démêlées par les observations.

Vers la même époque, 1766, en attaquant les fameux théorèmes de Fermat, Lagrange découvrait le principe d'une solution complète de l'équation du second degré à deux variables, en nombres entiers.

Cependant, le séjour de Turin commençait à peser au jeune savant. Il ne s'y trouvait pas dans une sphère assez active; il était impatient de voir les géomètres avec lesquels ses travaux l'avaient mis en correspondance. Il saisit une occasion pour venir à Paris, où il fut reçu comme il avait droit de s'y attendre, par d'Alembert, Clairaut, Condorcet, Nollet et l'abbé Marie.

De retour à Turin, il y avait repris le cours de ses travaux

lorsqu'il apprit qu'Euler allait quitter la cour du roi de Prusse pour retourner à Saint-Pétersbourg, et laisser vacante la place de président de l'Académie de Berlin. D'Alembert, qui avait déjà une fois refusé ce poste, lors de la mort de Maupertuis, craignait que son royal ami ne revînt à la charge et il s'empressa de proposer Lagrange. Euler entra dans les vues de d'Alembert, et Frédéric ratifia le choix de ses deux illustres conseillers ; il assigna à Lagrange un traitement de 6,000 francs. Lagrange prit possession de ses fonctions le 6 novembre 1766; il les a remplies jusqu'en 1787.

Durant cette période, il a enrichi d'une foule de mémoires le recueil de l'Académie de Berlin. Les principaux ont rapport à l'intégration des équations aux différentielles partielles; au problème de Képler; à la résolution des équations numériques, question qu'il a reprise depuis en France; à la méthode des dérivées, qu'il devait plus tard opposer à la fois au Calcul différentiel et au Calcul des fluxions; au problème de la rotation d'un corps de figure quelconque; à la théorie des nombres et au Calcul des probabilités; à l'attraction des sphéroïdes elliptiques, enfin à différentes questions d'Astronomie pratique.

Mais un travail plus considérable et digne en tout point de son génie, selon Delambre, est celui dans lequel il a calculé les changements successifs qui s'opèrent dans les dimensions et les positions des orbites planétaires. Tous les géomètres, depuis Newton, s'étaient occupés de ce problème; leurs formules différentielles, appliquées successivement à chaque planète, pouvaient, jusqu'à un certain point et pendant un certain temps, satisfaire aux besoins de l'Astronomie; mais après quelque intervalle, elles se trouvaient en défaut, et les calculs étaient à recommencer sur de

nouvelles données. Lagrange considéra la question sous un point de vue qui l'embrasse tout entière et en permet la solution la plus complète. Au lieu de combiner les orbites deux à deux, comme ses prédécesseurs, il les considéra toutes ensemble et parvint à donner à l'équation du problème une forme intégrale. La solution de Lagrange suppose, il est vrai, une connaissance plus exacte qu'on ne l'a encore des masses des planètes qui n'ont point de satellites, mais ses formules mêmes pourront servir inversement plus tard à la détermination plus rigoureuse de ces masses.

Lagrange avait entièrement composé à Berlin sa *Mécanique analytique*, le plus considérable de ses ouvrages; mais il désirait qu'elle fût imprimée à Paris. Ce fut l'abbé Marie qui se chargea de trouver un éditeur. Legendre se chargea de la revision des épreuves. Au reste, Lagrange vint se fixer à Paris avant l'achèvement de l'impression.

La mort de Frédéric avait amené de grands changements en Prusse; les savants n'y trouvaient plus la même considération, et Lagrange, qui avait déjà eu, dans l'origine, beaucoup de peine à se faire pardonner sa qualité d'étranger, éprouva de la part du ministre Hertzberg quelques froissements directs. L'abbé Marie proposa à M. de Breteuil d'appeler Lagrange en France, et Louis XVI s'empressa d'accéder à la demande de son ministre. Le nouveau roi de Prusse fit quelques semblants de difficultés, mais Lagrange obtint aisément son congé. Il était depuis quinze ans associé étranger de l'Académie des Sciences; pour lui donner droit de suffrage, on changea son titre en celui de pensionnaire vétéran.

La Révolution ne l'atteignit pas directement. Il avait été

nommé président de la Commission chargée de l'établissement du nouveau système de poids et mesures, et sa position ne fut jamais menacée; le payement de sa pension lui avait été assuré par un décret spécial de la Constituante, et on l'avait depuis nommé l'un des administrateurs de la Monnaie. Enfin, un arrêté du Comité de Salut public l'avait dispensé d'obéir au décret de la Convention qui bannissait tous les étrangers. Mais la mort de Bailly et celle surtout de Lavoisier l'avaient vivement affecté, et il songeait à accepter les offres nouvelles que la Prusse lui avait fait faire, lorsque la création de l'École Normale et de l'École Polytechnique vint mettre fin à ses hésitations.

Le Piémont ayant été réuni à la France, un commissaire extraordinaire de la République fut envoyé à son père, alors âgé de quatre-vingt-dix ans, pour le complimenter au nom du Directoire.

Sous l'empire, il fut nommé sénateur, grand officier de la légion d'honneur, comte et grand-croix de l'ordre de la Réunion. Aussitôt après sa mort, ses restes furent déposés au Panthéon. Son éloge fut prononcé par Laplace et Lacépède, au nom du Sénat et de l'Institut.

Lagrange s'était marié deux fois, la première, à Berlin, avec une de ses parentes, la seconde, à Paris, avec la fille de Lemonnier, de l'Académie des Sciences. Il n'eut d'enfants ni de son premier ni de son second mariage.

Lagrange a imprimé les traces de son génie à toutes les branches des Mathématiques, depuis la Trigonométrie sphérique, à laquelle il donna la forme analytique qu'elle a conservée, et qu'il enrichit de théorèmes nouveaux, jusqu'à la Mécanique céleste,

dans ce qu'elle a de plus élevé. Avant d'indiquer les découvertes dont la Science lui est redevable, nous noterons les réformes qu'il a introduites dans la méthode. C'est à lui principalement qu'est due la substitution dans l'enseignement de la méthode analytique à la méthode synthétique. Avant lui, toute théorie s'établissait par la superposition de théorèmes, résultant chacun d'une combinaison d'autres théorèmes précédemment établis, dont l'ordre, savamment combiné par le maître, ne pouvait être justifié devant l'élève, puisqu'il aurait fallu, pour qu'il en comprît le motif, qu'il pût apprécier le but qu'il s'agissait d'atteindre. Lagrange, quelle que soit la théorie qu'il veuille exposer, prend toujours pour point de départ la relation la plus générale parmi toutes celles que cette théorie peut comprendre, et c'est de cette relation générale, naturellement indéfinie, que découlent par éliminations, par restrictions, par spécialisations, toutes les relations précises qui constituent les théorèmes proprement dits. Cette méthode a le double mérite d'épargner à l'élève les difficultés les plus rebutantes et, en même temps de respecter son indépendance. Elle exige, il est vrai, de la part du maître, plus de talent; mais le souvenir des démonstrations de Lagrange à l'École normale et à l'École Polytechnique est resté dans la mémoire de tous, et a obligé ses successeurs à renoncer aux formes commodes mais barbares de l'enseignement magistral. C'est encore de Lagrange que date l'usage d'exposer les méthodes, de les discuter, de les comparer, d'en faire, en un mot, un objet d'enseignement. C'est lui aussi qui a eu le mérite de montrer les avantages que procurent de bonnes notations, le soin de donner aux équations une forme symétrique, etc.

L'un des premiers travaux de Lagrange a eu pour objet la réso-

lution algébrique des équations de degrés supérieurs. Le problème, considéré dans toute son étendue, est insoluble; mais il peut exceptionnellement se résoudre par abaissement. C'est ce moyen de solution que Lagrange s'attacha à développer. Pour y parvenir, il créa la méthode des transformations composées, au moyen de laquelle on forme une équation dont les racines aient avec deux, trois, etc., racines de la proposée, une relation donnée.

Les cas de possibilité d'une résolution algébrique étant malheureusement fort rares, il était à souhaiter au moins qu'on fût en possession d'une méthode sûre pour parvenir dans tous les autres à une résolution arithmétique telle que l'on pût pousser l'approximation aussi loin qu'on le voudrait. La question était d'abord de pouvoir juger exactement du nombre des racines réelles, et ensuite de parvenir à les séparer. Lagrange résolut d'un même coup les deux questions en les ramenant à déterminer une limite inférieure de la différence entre deux racines consécutives, limite que pouvait faire connaître l'équation aux carrés des différences des racines de la proposée.

La considération de cette équation aux carrés des différences fournit la première méthode qu'on ait connue pour exprimer, sous forme littérale, les conditions de réalité des racines d'une équation de degré quelconque. A la vérité, le nombre de conditions fournies par cette méthode est $\frac{m(m-1)}{2}$ pour une équation de degré m, tandis qu'il doit se réduire à $\frac{m}{2}$ ou à $\frac{m-1}{2}$ suivant que m est pair ou impair; mais le premier pas dans cette nouvelle voie se trouvait fait.

Signalons encore la méthode d'approximations successives par

l'expression des racines sous forme de fractions continues, méthode qui, à l'avantage d'exiger le minimum de calculs pour une approximation définie, joignait encore celui de conduire quelquefois à une résolution exacte dans le cas où la périodicité se manifestait.

Vandermonde avait poussé la résolution algébrique des équations binomes jusqu'au onzième degré; Lagrange montra qu'elles pouvaient toutes se résoudre par radicaux.

Le *calcul des différences finies* a été enrichi par Lagrange de la belle formule d'interpolation qui porte son nom et qui fournit le polynome de moindre degré admettant m valeurs données pour m valeurs données de la variable.

La Géométrie analytique lui doit la forme simple et lumineuse qu'a reçue la théorie des contacts des divers ordres entre deux courbes.

La *Théorie des fonctions analytiques* n'est autre chose qu'une exposition sous une forme nouvelle du Calcul différentiel et intégral et du Calcul des fluxions.

Nous avons déjà dit que la méthode de Lagrange, en chaque genre de recherches, consiste toujours à prendre pour base de la théorie qu'il a en vue, un principe assez général pour la comprendre tout entière, de façon à n'avoir plus qu'à tirer ensuite toutes les conséquences de ce principe.

Lagrange, conformément à cette méthode, prend pour point de départ, dans ce Traité, le théorème relatif à la possibilité de développer toute fonction en série par la formule de Taylor; tandis que ce théorème formait, au contraire, dans l'enseignement usuel, la conclusion générale du Calcul différentiel.

Cette même méthode est encore plus apparente dans la *Mécanique analytique* que dans la *Théorie des fonctions analytiques*.

Ici les deux bases de l'édifice sont le principe de d'Alembert, dont on pouvait plus ou moins aisément faire application à chaque cas, et le théorème des vitesses virtuelles qui fournit précisément la méthode à suivre dans toutes les circonstances, pour utiliser le principe de d'Alembert.

Le théorème des vitesses virtuelles, dont Lagrange a donné le premier énoncé général et la démonstration complète, consiste en ce que toutes les conditions d'équilibre d'un système matériel sont comprises dans cette condition que la somme des produits de toutes les forces appliquées au système, multipliées respectivement par les déplacements de leurs points d'application, estimés dans les directions des forces correspondantes, soit nulle, quel que soit l'ensemble de ces déplacements, pourvu qu'il soit compatible avec les liaisons du système.

Ce théorème, entendu dans le sens que lui donnait Lagrange, c'est-à-dire dans l'hypothèse des liaisons fictives que considérait l'ancienne Mécanique, fournissait immédiatement, avec l'aide du principe de d'Alembert, la mise en équations de tout problème de Dynamique imaginable. En effet, pour formuler ces équations, il suffisait d'égaler à zéro la somme des moments virtuels des forces données, appliquées au système, et des forces égales et contraires à celles qui mouvraient séparément tous les points de ce système comme ils se mouvaient effectivement.

L'équation ainsi formulée contiendrait autant d'équations distinctes qu'il pourrait exister pour l'ensemble des points matériels composant le système matériel considéré, de modes de déplacements virtuels, compatibles avec ses liaisons.

Mais si on lui laissait sa forme générale, sous laquelle elle comprendrait les variations virtuelles des trois coordonnées de

chacun des points du système matériel et qu'on en éliminât, au moyen des conditions exprimant les liaisons, les variations non arbitraires, comme elle devrait être satisfaite quelles que fussent les variations restantes, elle se traduirait en définitive par les équations à zéro des coefficients de ces dernières variations, et ces équations, en nombre égal au nombre des coordonnées des points composant le système, diminué du nombre des conditions de liaisons, combinées avec les équations traduisant ces liaisons, détermineraient en fonction du temps les coordonnées de tous les points du système.

Lagrange a aussi fait faire des progrès notables au *Calcul des probabilités*, ainsi qu'à la *Théorie des nombres*.

Delambre, qui a écrit son éloge, fait ressortir avec éclat la beauté de celles de ses découvertes que nous venons de mentionner et des méthodes par lesquelles il y est parvenu; mais il fait des réserves formelles au sujet des procédés de calcul et des formules dont Lagrange proposait l'emploi aux astronomes.

« Si, dit-il, on lui voit le plus souvent faire d'heureux efforts pour généraliser une solution, pour épuiser un sujet, quelquefois aussi on le voit se créer des difficultés où il n'en existait aucune, et appliquer ses méthodes adroites et savantes à la solution de problèmes élémentaires qui n'exigeaient qu'une construction du genre le plus simple.

« C'est ainsi qu'à l'occasion du dernier passage de Vénus, il traite analytiquement les courbes d'entrée et de sortie pour les différents pays de la Terre. Mais pour parvenir à la solution très facile et médiocrement exacte donnée par Delisle et Lalande, il est obligé d'employer successivement des ressources détournées, des remarques pleines de finesse, de faire subir à ses coor-

données nombre de transformations, tandis que par un calcul trigonométrique de quelques lignes, on arrive à une formule plus complète où se trouvent des termes négligés par Lagrange et qui, bien que fort petits, ne sont pas absolument insensibles. Avouons pourtant qu'il sait tirer de sa formule, pour calculer la parallaxe du Soleil, un parti très avantageux, que n'avaient aperçu ni Delisle, ni Lalande, mais qui découle avec bien plus de facilité du calcul trigonométrique.

« Il fit depuis une tentative semblable pour le problème des éclipses; il trouvait que les méthodes quelquefois prolixes de Duséjour n'avaient ni la simplicité, ni la facilité qu'on a droit d'attendre de l'état actuel de l'analyse. Il développe dans ce travail toutes ses ressources et toute son adresse; la lecture de son Mémoire est singulièrement attachante pour un astronome qui n'a encore aucune idée de ces méthodes. Je n'ai point oublié l'effet qu'il produisit sur moi, il y a près de trente ans; je me rappelle encore avec quels éloges, quelques années après, M. Oriani me parlait de ce travail; mais, quoique l'auteur ait tâché d'en faciliter la partie pratique, à l'aide de tables ingénieuses, on ne voit pas que les Astronomes aient adopté cette méthode qui, commençant par les formules les plus directes, les plus rigoureuses et les plus propres, en apparence, à se plier à tous les cas, se termine cependant en une formule approximative et, qui plus est, indirecte.

« Un autre essai du même genre n'a pas été plus heureux, parce que le succès était impossible, le problème étant trop simple : il s'agissait de trouver la différence entre les longitudes héliocentrique et géocentrique d'une planète supérieure. L'auteur y parvient par des artifices assez remarquables, mais la

solution est fort incommode, malgré l'élégance de la formule.

« Parmi ces jeux de son génie, qui cherchait des difficultés pour mieux montrer sa force, se rangerait encore le Mémoire où il indique les moyens de construire les Tables astronomiques, d'après une suite d'observations, et sans connaître la loi des mouvements célestes....

« Les Géomètres liront avec plaisir les *Recherches analytiques sur le problème des projections*, qui n'avait jamais été traité d'une manière si générale et si complète; les Astronomes et les Géographes n'y trouveront de praticable que ce qu'ils avaient appris d'avance par des méthodes plus élémentaires. Si ces derniers Mémoires n'offrent pas de résultats véritablement utiles, outre qu'ils fournissent une lecture attachante, ils nous donnent encore cet avis qui peut avoir des applications fréquentes : c'est que les questions aisées ne doivent être traitées que par des moyens également faciles; qu'il faut réserver l'analyse savante pour les questions qui exigent ces grands moyens, et qu'il ne faut pas ressembler à ce personnage de la Fable, qui, pour se délivrer d'une puce, voulait emprunter à Jupiter sa foudre, ou à Hercule sa massue. »

C'est en 1787 que Lagrange vint à Paris siéger à l'Académie des Sciences.

Il avouait lui-même que « son enthousiasme était éteint, qu'il avait perdu le goût des recherches mathématiques. » La Métaphysique, l'Histoire de l'esprit humain, celle des différentes religions, la Théorie générale des langues, la Médecine, la Botanique, dit Delambre, se partageaient ses loisirs. Il était surtout curieux de Chimie, qui, disait-il, *était devenue aisée comme l'Algèbre*.

« C'est dans ce repos philosophique qu'il vécut jusqu'à la Révolution, sans rien ajouter à ses découvertes mathématiques. »

La Convention l'avait comblé de places, mais les persécutions exercées contre quelques membres de l'Académie et surtout le supplice de Lavoisier l'avaient entièrement découragé.

« Il ne leur a fallu, disait-il, qu'un moment pour faire tomber cette tête, et cent années, peut-être, ne suffiront pas pour en reproduire une semblable. »

Il songeait à quitter la France, ce fut la création de l'Ecole Polytechnique qui le retint. C'est pour les élèves de cette Ecole qu'il composa ses *Fonctions analytiques* et publia son *Traité de la Résolution des équations numériques*.

Il mourut le 10 avril 1813 à 10 heures du matin. Il s'était longtemps entretenu l'avant-veille avec Lacépède, Monge et Chaptal. Ses derniers mots furent : « J'ai fourni ma carrière; j'ai acquis quelque célébrité dans les Mathématiques. Je n'ai haï personne, je n'ai point fait de mal et il faut bien finir »

Les œuvres complètes de Lagrange ont été récemment publiées par M. Gauthier-Villars; elles forment déjà douze volumes, in-4° de 700 pages chacun environ. Cette magnifique édition, faite sous les auspices du Ministre de l'Instruction publique et avec le concours de plusieurs membres de l'Académie des Sciences, se trouve dans la plupart des Bibliothèques publiques; nous pouvons donc supposer que tous les savants qui auraient besoin de connaître un des ouvrages de Lagrange se le procureront aisément. En conséquence nous nous bornerons à indiquer, par volumes,

les titres de ces ouvrages, en y joignant seulement les lumineuses analyses qu'en donne lui-même l'illustre auteur, et quelques courtes remarques, lorsque nous le croirons utile.

TOME I.

I. — *Recherches sur la Méthode de Maximis et Minimis.* (Miscellanea Taurinensia, 1759.)

La question que traite Lagrange dans ce mémoire est celle des maximums et minimums des fonctions de plusieurs variables; elle n'avait pas été résolue avant lui d'une manière générale. L'auteur indique deux méthodes, dont la première a passé dans les cours, et dont la seconde consiste à déterminer l'une des variables, en fonction des autres, par la condition de maximum ou de minimum, à la remplacer par la valeur trouvée dans la fonction proposée; à opérer de même sur une seconde variable et ainsi jusqu'à la dernière.

Le Mémoire se termine par la solution du problème suivant : « qu'on imagine n corps parfaitement élastiques et rangés en ligne droite, sans se toucher : si l'on suppose que le premier reçoive une certaine vitesse, dans la direction de la droite, tous les autres seront successivement mis en mouvement, à la suite des chocs qui se produiront, et la vitesse du dernier dépendra de la vitesse du premier et des masses individuelles de tous; cela posé, les masses du premier et du dernier étant données, on demande ce que doivent être les masses des intermédiaires pour que la vitesse du dernier soit maximum. »

II. — *Sur l'intégration d'une équation différentielle à diffé-*

rences finies, qui contient la théorie des séries récurrentes. (Miscellanea Taurinensia, 1759.)

Cette équation est

$$dy + My = N$$

où M et N désignent des fonctions de x, et dy (que nous écririons aujourd'hui Δy) un accroissement fini de y, correspondant à un accroissement convenu pour x.

Lagrange intègre cette équation en imitant le procédé qu'on emploie pour traiter l'équation différentielle linéaire

$$dy + yX\,dx = Z\,dx.$$

Il étend, ensuite la méthode à une équation d'ordre quelconque

$$y + A\,dy + B\,d^2y + \ldots = X$$

où A, B,... sont des constantes et X une fonction donnée de x, en imitant, pour cela, le procédé de d'Alembert pour l'intégration des équations différentielles linéaires à coëfficients constants.

« Voilà donc, dit-il, la théorie des suites récurrentes réduite au Calcul différentiel et établie de cette façon sur des principes directs et naturels..... De plus, les recherches qu'on a faites sur cette matière avaient toujours été bornées au cas de X = o.... »

III. — *Recherches sur la nature et la propagation du son.* (Miscellanea Taurinensia, 1759.)

IV. — *Nouvelles recherches sur la nature et la propagation du son.* (Miscellanea Taurinensia, 1760-1761.)

V. — *Addition aux premières recherches sur la nature et*

la propagation du son. (Miscellanea Taurinensia, 1760-1761.)

« Quoique la Science du Calcul, dit Lagrange, ait été portée dans ces derniers temps au plus haut degré de perfection, il ne paraît pas qu'on se soit beaucoup avancé dans l'application de cette Science aux phénomènes de la Nature. La théorie des fluides, qui est assurément une des plus importantes pour la Physique, est encore très imparfaite dans ses éléments.... Il en est de même de la matière que j'entreprends d'examiner ici...

« Newton, qui a entrepris le premier de soumettre les fluides au calcul, a aussi fait sur le son les premières recherches, et il est parvenu à en déterminer la vitesse par une formule qui ne s'éloigne pas beaucoup de l'expérience. Mais si cette théorie a pu contenter les Physiciens, dont la plupart l'ont adoptée, il n'en est pas de même des Géomètres, qui, en étudiant les démonstrations sur lesquelles elle est appuyée, n'y ont pas trouvé ce degré de solidité et d'évidence qui caractérise d'ailleurs le reste de ses Ouvrages.

. . . .

« J'ai donc cru qu'il était nécessaire de reprendre toute la question dans ses fondements. »

Lagrange se propose la question :

« *Étant donné un nombre indéfini de particules élastiques rangées en ligne droite, qui se soutiennent en équilibre en vertu de leurs forces mutuelles de répulsion, déterminer les mouvements que ces particules doivent suivre dans le cas qu'elles aient été, comme que ce soit, dérangées, sans sortir de la même droite.* »

Les équations qui donnent la solution de ce problème ne diffèrent pas de celles « qui appartiennent au problème *De*

chordis vibrantibus » de sorte que les deux questions sont réduites à une seule.

« Ceci m'a donc conduit à parler des théorèmes que les grands géomètres, MM. Taylor, d'Alembert et Euler, ont donnés sur ce sujet.....

« Je tire de mes formules la même solution du problème *De chordis vibrantibus*, que M. Euler a donnée et qui a été si fort contestée par M. d'Alembert. Je donne de plus à cette construction toute la généralité dont elle est capable, et, par l'application que j'en fais aux cordes de musique, j'obtiens une démonstration générale et rigoureuse de cette importante vérité d'expérience, savoir : que, quelque figure qu'on donne d'abord à la corde, la durée de ses oscillations se trouve néanmoins toujours la même.

« A cette occasion, je développe la théorie générale des sons harmoniques qui résultent d'une même corde, de même que celle des instruments à vent.

« Je termine par les lois de la propagation du son. »

Telle est en abrégé l'analyse que Lagrange donne de son premier mémoire. Nous allons suivre l'auteur dans quelques détails rétrospectifs intéressants.

« Newton avait prétendu établir, dans la section VIII du livre II des *Principes mathématiques*, que chaque particule d'un fluide élastique homogène suit dans ses mouvements les mêmes lois qu'un pendule qui décrit une cycloïde dont la longueur égale l'excursion totale de la particule, et où la pesanteur qui l'anime est équivalente à l'élasticité naturelle du fluide. » Lagrange étudie la démonstration de Newton et conclut en ces termes : « Tout ce que nous venons de dire suffit assez, ce me

semble, pour faire connaître à fond l'insuffisance et la fausseté de la méthode de M. Newton. »

Lagrange discute ensuite la solution du problème *de Chordis vibrantibus*, donnée par Taylor dans sa *Methodus incrementorum*, solution que nous avons analysée dans un des précédents volumes de cette histoire; il ne la trouve pas parfaite et cela n'étonnera personne; mais il commet, dans les mots, une petite erreur que nous croyons devoir rectifier, parce que, déjà reproduite par M. Hœfer, elle a pu troubler les mânes de l'irascible géomètre anglais et qu'il est facile de leur rendre le repos.

Lagrange, qui a étudié plus profondément que je ne l'ai fait moi-même la théorie de Taylor, y a découvert ou en a tiré (je n'ai plus l'ouvrage sous les yeux) l'équation de la courbe affectée par la corde vibrante, à l'époque t, savoir :

$$y = Y \sin(x\sqrt{f}) \sin(t\sqrt{g}),$$

où Y est l'ordonnée maximum de cette courbe et où f et g représentent des constantes.

Mais Lagrange traduit la pensée de Taylor en disant que ce géomètre croyait que « *les figures affectées par la corde ne pouvaient être que celles d'une espèce de cycloïdes allongées, qu'il nomme compagnes de la cycloïde.* »

Taylor, s'il eût été encore de ce monde, se serait plaint avec raison qu'on lui imputât, d'avoir confondu la cycloïde, et la sinussoïde, allongées ou non. Taylor ne désigne pas la courbe dont il parle sous le nom de sinussoïde, parce que ce mot n'était pas encore inventé; il se sert de celui de *Compagne de la trochoïde* que lui avait donné Roberval, ce que Lagrange ignorait,

sans doute, n'ayant probablement pas lu les œuvres de Roberval, ce dont il est fort excusable, car il n'y aurait certainement pas pris un plaisir extrême; mais Taylor ne doit pas en supporter les conséquences.

Quoi qu'il en soit, Lagrange trouve avec raison que la solution de Taylor « est bien éloignée d'être générale » ; que « l'hypothèse que tous les points de la corde s'étendent en même temps en ligne droite est entièrement gratuite » et qu'en tout cas « il faudrait encore démontrer que c'est dans le seul cas des forces accélératrices proportionnelles aux distances des points de la corde à l'axe, que tous ses points peuvent toucher l'axe dans le même instant. »

Il passe ensuite à l'examen de la méthode de d'Alembert, « qui est sûrement une des plus ingénieuses qu'on ait tirées jusqu'ici de l'Analyse, » mais dont l'auteur avait à tort restreint les applications en supposant que la figure primitive de la corde « dut être renfermée dans une équation continue. » tandis que la fonction arbitraire qui définit la courbe peut être entièrement quelconque, comme le soutenait Euler.

Quant au Mémoire de Lagrange, nous regrettons d'être obligés de nous borner à ajouter à l'analyse que nous en avons reproduite, que la méthode de l'auteur consiste essentiellement à considérer d'abord, au lieu de la corde continue, un polygone chargé en chacun de ses sommets d'un poids particulier, à résoudre la question du mouvement de ce polygone, et à étendre ensuite la solution au cas où le polygone se transformerait en une courbe continue.

VI. — *Essai d'une nouvelle méthode pour déterminer les*

maxima et les minima des formules intégrales indéfinies (Miscellanea Taurinensia, 1760-1761).

Ce mémoire contient l'exposition du Calcul des Variations, dans sa première partie, et un certain nombre d'exemples.

La méthode n'y est pas exposée avec assez de détails, ce qui, peut-être, a fait qu'elle l'a été depuis avec trop de prolixité par quelques auteurs. Outre l'objet qu'il avait principalement en vue, en proposant une méthode entièrement neuve et beaucoup plus avantageuse pour traiter les questions de maximums et minimums d'intégrales, Lagrange avait encore à faire ressortir la nécessité de cette nouvelle méthode pour résoudre les difficultés que présentent les cas où, d'après la nature de la question posée, les limites de l'intégrale considérée sont elles-mêmes inconnues.

Il n'est pas étonnant qu'avec sa supériorité de vue et l'esprit de généralisation qu'il portait en toutes choses, il ait été amené à faire varier la variable indépendante, en même temps que les fonctions inconnus, de façon à ne présenter les variations de cette variable indépendante, aux limites, que comme des valeurs particulières de la variation de cette variable, entre ces limites.

Il serait impossible de méconnaître que les formules des équations acquièrent par là plus de symétrie et plus de généralité.

Mais cette manière de présenter la théorie amène forcément quelques obscurités, dans lesquelles, au reste, il faut voir l'origine des longueurs auxquelles je faisais allusion plus haut.

On a pu remarquer que, dans l'exposition que j'ai proposée plus haut du *Calcul des Variations*, j'ai cru pouvoir supprimer la variation δx, en tant que fonction de la variable indépendante x, et n'introduire, dans les calculs, que les accroisse-

ments δx_0 et δx_1 que pourraient subir les limites x_0 et x_1 ; l'exposition me paraît par là très simplifiée et bien suffisante encore, au moins lors d'une première étude. Cette démonstration est celle que je m'étais faite pour mon propre usage, à l'École Polytechnique, lorsque j'y étais élève ; elle me paraissait beaucoup plus facile à suivre que celle que nous donnait M. Duhamel. J'ai vu depuis, avec plaisir, que c'était à peu près celle que M. Navier avait adoptée dans son enseignement.

VII. — *Application de la Méthode exposée dans le mémoire précédent à la solution de différents problèmes de Dynamique.* (Miscellanea Taurinensia, 1760-1761.)

Euler avait démontré que lorsqu'un corps se meut sous l'action de forces tendant vers des points fixes « l'intégrale de la vitesse, multipliée par l'élément de la courbe, fait toujours un maximum ou un minimum ». C'est ainsi qu'il énonçait le *principe de la moindre action* de son ami Maupertuis.

Lagrange énonce, mais sans démonstration, ce théorème plus général : « Soient tant de corps qu'on voudra M, M', M''... qui agissent les uns sur les autres d'une manière quelconque, et qui soient de plus, si l'on veut, animés par des forces centrales proportionnelles à des fonctions quelconques des distances : que s, s', s'' dénotent les espaces parcourus par ces corps dans le temps t et que u, u', u'' soient leurs vitesses à la fin de ce temps : la formule

$$\mathrm{M}\int u\,ds + \mathrm{M}'\int u'\,ds' + \mathrm{M}''\int u''\,ds'' + \ldots$$

sera toujours un maximum ou un minimum. »

Le mémoire qui nous occupe a trait aux applications qu'on peut faire de ce théorème.

VIII. — *Solution de différents problèmes de Calcul intégral* (Miscellanea Taurinensia, 1762-1765).

IX. — *Solution d'un problème d'Arithmétique* (Miscellanea Taurinensia, 1766-1769).

Le problème dont il s'agit est : « *Étant donné un nombre quelconque entier et non carré, trouver un nombre entier et carré tel que le produit de ces deux nombres augmenté d'une unité soit un nombre carré.* »

Ce problème avait été adressé en défi, avec plusieurs autres, aux géomètres Anglais, par Fermat; Wallis l'avait résolu par une méthode qui ne consistait guère qu'en des tâtonnements successifs; puis il avait été abandonné.

Lagrange donne dans ce mémoire une méthode « pour la résolution des équations du second degré à deux inconnues, par des nombres entiers »; mais il y reviendra plus tard.

TOME II.

X. — *Sur l'intégration de quelques équations différentielles dont les indéterminées sont séparées mais dont chaque membre en particulier n'est point intégrable.* (Miscellanea Taurinensia, 1766-1769).

Les équations que vise Lagrange, dans ce mémoire, sont celles qui se réduisent à la forme

$$\frac{dx}{\sqrt{X}} = \frac{dy}{\sqrt{Y}}$$

où X et Y sont respectivement des fonctions de x et de y.

Lagrange étudie en particulier l'équation

$$\frac{dx}{\sqrt{\alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + \varepsilon x^4}} = \frac{dy}{\sqrt{\alpha + \beta y^2 + \gamma y^2 + \delta y^3 + \varepsilon y^4}},$$

dont l'intégrale est comprise dans la forme

$$\begin{gathered} A + B(x + y) + C(x^2 + y^2) + \\ Dxy + E(x^2 y + y^2 x) + F x^2 y^2 = 0 \end{gathered}$$

où A, B, C, D, E et F doivent satisfaire aux conditions

$$\begin{aligned} & B^2 - 4AC = \alpha \\ & 2BD - 4(AE + BC) = \beta \\ & 2BE + D^2 - 4(AF + C^2 + BE) = \gamma \\ & 2DE - 4(BF + CE) = \delta \\ & E^2 - 4CF = \varepsilon. \end{aligned}$$

XI. — *Sur la Méthode des Variations* (Miscellanea Taurinensia, 1766-1769).

Ce mémoire contient des additions importantes à celui où Lagrange avait d'abord exposé sa méthode; il a aussi pour objet de répondre à diverses critiques, qu'il serait inutile de reproduire aujourd'hui.

XII. — *Recherches sur le mouvement d'un corps qui est attire vers deux centres fixes.* (Miscellanea Taurinensia, T. IV 1766-1769.)

Le problème que Lagrange résout dans ce mémoire avait déjà été traité par Euler, dans les *Mémoires de l'Académie de Ber-*

lin pour 1760 et dans le tome X des *nouveaux commentaires de Pétersbourg*, mais seulement dans le cas où le corps se mouvrait dans un plan passant par les deux centres fixes.

« Comme le problème dont il s'agit a, dit Lagrange, un rapport immédiat avec celui des trois corps, il ne serait pas impossible que la méthode qui y est employée ne fut de quelque utilité pour la solution de ce fameux problème qui fait depuis si longtemps l'objet des travaux des plus grands Géomètres. »

Toutefois Lagrange remarque très bien, un peu plus loin, que le problème du mouvement de la Lune, attirée à la fois par le Soleil et la Terre, diffère notablement de celui qui vient d'être énoncé en ce que la Terre n'est pas fixe.

En désignant par p et par q la somme et la différence des distances du mobile aux deux points fixes, Lagrange parvient aux deux équations suivantes, remarquablement simples et où, de plus, les variables se trouvent séparées

$$\frac{dp}{\sqrt{(C+M+D)p^2 - Mf^2p + E}} = \frac{dq}{\sqrt{(C+N+D)q^2 - Nf^2q + E}}$$

et

$$dt = \frac{p^2\,dp}{4\sqrt{Cp^4 + Mp^3 + Dp^2 - Mf^2p + E}} + \frac{q^2\,dq}{4\sqrt{Cq^4 + Nq^3 + Dq^2 - Nf^2p + E}}$$

où M et N désignent la somme et la différence des forces attractives des deux points fixes à l'unité de distance, f la distance de ces deux points et C, D, E des constantes, introduites à la suite d'intégrations précédentes, et qui dépendent des circonstances initiales.

Ces équations ramènent comme on voit la solution du problème à la théorie des intégrales elliptiques.

Quant à l'angle φ du plan des trois corps avec un plan fixe passant par les deux points attirants, il serait fourni par l'équation

$$d\varphi = \mathrm{K}f \frac{dp}{(p^2 - f^2)\sqrt{\mathrm{C}p^4 + \mathrm{M}p^3 + \mathrm{D}p^2 - \mathrm{M}f^2 p + \mathrm{E}}}$$
$$+ \mathrm{K}f \frac{dq}{(q^2 - f^2)\sqrt{\mathrm{C}q^4 + \mathrm{N}q^3 + \mathrm{D}q^2 - \mathrm{N}f^2 q + \mathrm{E}}}$$

qui n'est pas moins remarquable.

La fin du Mémoire est consacrée à l'examen de quelques cas particuliers, où les intégrations peuvent être effectuées par arcs de cercle ou par logarithmes.

Une seconde partie traite du cas où les attractions exercées par les deux points fixes ne varieraient plus en raison inverse des carrés des distances. — Il s'y trouvait quelques petites erreurs que M. Serret a eu le soin de corriger.

XIII. — *Sur la figure des Colonnes.* (Miscellanea Taurinensia, tome V, 1770-1773.)

« On a continué de donner aux colonnes la figure d'un conoïde qui ait sa plus grande largeur vers le tiers de sa hauteur, et qui aille de là en diminuant vers les deux extrémités; d'où résulte ce qu'on appelle vulgairement le *renflement*. Mais personne, que, je sache, n'a encore donné une raison satisfaisante de cette pratique....

« N'y aurait-il pas, dans la nature même de la chose, quelque principe qui pût servir à déterminer la question? Parmi ceux

qui servent de fondement à l'Architecture, il n'y en a qu'un seul qui ait des règles fixes et invariables, et par conséquent susceptibles de calcul : c'est la solidité. Il faut donc examiner si l'on peut déduire de cette considération les conditions nécessaires pour la détermination et la solution du problème dont il s'agit. »

En conséquence, Lagrange se propose de déterminer la méridienne de la colonne qui, ayant une hauteur et un volume donnés, pourrait supporter la plus grande charge.

Il trouve que « la figure cylindrique est celle qui donne le *maximum maximorum* de la force. »

Ce Mémoire contenait un grand nombre de fautes que M. Serret a corrigées.

XIV. — *Mémoire sur l'utilité de prendre le milieu entre les résultats de plusieurs observations, dans lequel on examine les avantages de cette méthode par le calcul des probabilités, et où l'on résout différents problèmes relatifs à cette matière.* (Miscellanea Taurinensia, T. V, 1770-1773.)

XV. — *Sur la percussion des fluides.* (Mémoires de l'Académie des Sciences de Turin, T. I, 1784-1785.)

Lagrange, dans ce Mémoire, se propose de déterminer la résultante des pressions normales exercées sur un plan fixe par une veine liquide qui tombe sur ce plan dans une direction normale. Il trouve que, « quand le plan est assez large pour que toutes les particules du fluide soient contraintes d'en suivre la direction en le quittant, l'action contre le plan est égale au poids d'une colonne du fluide de la même grosseur que la veine

et d'une longueur double de celle d'où un corps pesant devrait tomber pour acquérir la vitesse du fluide. »

XVI. — *Sur une nouvelle méthode de Calcul intégral pour les différentielles affectées d'un radical carré sous lequel la variable ne passe pas le quatrième degré.* (Mémoires de l'Académie de Turin, T. II, 1784-1785.)

L'objet que se propose Lagrange dans ce Mémoire est de trouver des séries convergentes pour les intégrales des différentielles mentionnées dans l'énoncé, mais qu'il transforme d'abord de façon que la fonction du quatrième degré placée sous le signe radical, se décompose en deux facteurs :

$$1 - p^2x^2 \quad \text{et} \quad 1 - q^2x^2.$$

Cette très importante transformation n'avait pas, je crois, été effectuée auparavant.

XVII. — *Sur les courbes tautochrones.* (Mémoires de l'Académie royale des Sciences et Belles Lettres de Berlin, T. XXI, 1765.)

« On appelle en général *tautochrone* une courbe telle, que si un corps se meut le long de sa concavité, soit en montant, soit en descendant, il emploie toujours le même temps à parcourir un arc quelconque à partir du point le plus bas.

« M. Huygens ayant démontré que la cycloïde était la tautochrone des corps pesants dans le vide, cette découverte excita la curiosité des géomètres, et les engagea à chercher une méthode directe et analytique pour résoudre le problème du tautochronisme dans une hypothèse quelconque.

« MM. Jean Bernoulli et Euler se sont particulièrement appliqués à cette recherche, et ont donné presque en même temps, l'un dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris* pour l'année 1730, et l'autre dans le tome IV des *Commentaires de l'Académie de Pétersbourg,* et ensuite dans le second volume de sa *Mécanique*, des méthodes très ingénieuses pour déterminer les tautochrones dans un milieu résistant comme le carré de la vitesse, et dans quelque hypothèse de pesanteur que ce soit.

« Il n'est pas difficile de satisfaire à la condition (de tautochronisme) lorsqu'on peut avoir l'expression de la vitesse u, ce qui arrive quand la résistance est nulle et quand elle est proportionnelle au carré de la vitesse; mais il n'en est pas tout à fait de même dans les autres cas, où l'équation en u n'est pas intégrable. Aussi les deux grands géomètres dont nous venons de parler n'ont-ils considéré d'autres hypothèses de résistance que celle du carré de la vitesse, et M. Fontaine est le seul qui ait fait jusqu'ici quelques pas de plus dans cette recherche, ... ; et l'on peut regarder l'ouvrage qu'il a donné sur cette matière, comme un des plus beaux qui se trouvent parmi les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, et surtout comme celui qui a le plus contribué à la célébrité de cet illustre mathématicien.

« Mais quelque profonde et quelque ingénieuse que soit la nouvelle théorie des tautochrones (contenue dans cet ouvrage), il faut avouer qu'elle laisse encore beaucoup à désirer. Lorsqu'il n'y a point de résistance, et que, par conséquent, la force accélératrice du corps est entièrement indépendante de la vitesse, on sait depuis longtemps que le tautochronisme exige que cette force soit proportionnelle à l'espace qui reste à parcourir. Mais

quelle est en général la force nécessaire pour produire le tautochronisme, en la regardant comme une fonction quelconque de l'espace et de la vitesse? Voilà le problème qu'il faut résoudre pour avoir une théorie générale et complète des tautochrones. »

C'est le problème que résout Lagrange dans le Mémoire dont nous avons reproduit le titre.

XVIII. — *Mémoire sur le passage de Vénus du 3 juin* 1769. (Mémoires de l'Académie de Berlin, T. XXII, 1766.)

« Personne n'ignore les grands avantages que l'Astronomie peut retirer des observations des passages de Vénus sur le disque du Soleil. Non seulement elles servent à rectifier les principaux éléments de la théorie de cette planète, elles sont encore très utiles pour déterminer la parallaxe du Soleil. Le passage qui a été observé en 1761 a déjà beaucoup diminué l'incertitude où l'on était sur la vraie quantité de cette parallaxe; mais c'est à celui que nous attendons, et qui sera le dernier qu'on puisse voir dans ce siècle, à la fixer d'une manière bien certaine et irrévocable. Cette considération m'a engagé à discuter dans ce Mémoire les moyens que l'observation de ce phénomène peut fournir de décider un point si important. On y verra : 1° comment on peut calculer l'effet que les parallaxes combinées de deux astres quelconques doivent produire sur la distance de ces deux astres; 2° on y trouvera une méthode très simple et très commode pour déterminer, en général, dans les passages des planètes sur le Soleil, les parallaxes d'entrée, de sortie et de durée pour tous les pays de la terre; 3° une méthode pour déduire la parallaxe du Soleil de trois observations d'un même passage, faites dans trois endroits différents, indépendamment

de la connaissance du mouvement de la planète; 4° enfin on y trouvera l'application de notre théorie au passage de Vénus qui doit arriver le 3 juin 1769 au soir, avec quelques remarques relatives au choix des lieux où il pourra être observé avec le plus de fruit. »

XIX. — *Sur la solution des problèmes indéterminés du second degré.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, T. XXIII, 1769.)

« Lorsque l'équation finale à laquelle conduit la solution d'une question renferme plus d'une inconnue, le problème est indéterminé; et envisagé généralement, il est susceptible d'une infinité de solutions; mais si la nature de la question exige que les quantités cherchées soient rationnelles, ou même qu'elles soient exprimées par des nombres entiers, alors le nombre des solutions peut être très limité; et la difficulté se réduit à trouver, parmi toutes les solutions possibles, celles qui peuvent satisfaire à la condition prescrite.

« Quand l'équation finale n'est que du premier degré, toutes les solutions sont rationnelles par la nature même de cette équation (si l'idée est juste, l'expression au moins n'en est pas très heureuse) et si l'on veut de plus que les inconnues soient des nombres entiers, on peut les déterminer facilement par la méthode des fractions continues (ou aussi facilement, mais d'une façon plus satisfaisante, sans fractions continues). Il n'en est pas de même des équations qui passent le premier degré, et qui conduisent naturellement à des expressions irrationnelles. On n'a point de méthode directe et générale pour trouver les nombres commensurables qui peuvent satisfaire à ces équations lors même qu'elles ne sont qu'au second degré; et il faut avouer que

cette branche de l'Analyse, quoique peut-être une des plus importantes (je ne puis m'empêcher de dire que je ne partage pas cette opinion), est néanmoins une de celles que les Géomètres paraissent avoir le plus négligées, ou du moins dans lesquelles ils ont fait jusqu'à présent le moins de progrès.

« Diophante et ses commentateurs ont, à la vérité, résolu un grand nombre de problèmes indéterminés du second, du troisième et même du quatrième degré; mais la plupart de leurs solutions n'étant que particulières, il n'est pas étonnant qu'il se trouve encore des cas d'ailleurs fort simples, et en même temps fort étendus, pour lesquels les méthodes de Diophante soient absolument insuffisantes.

« S'il s'agissait, par exemple, de résoudre l'équation

$$A + Bt^2 = u^2$$

en supposant A et B des nombres entiers non carrés, c'est-à-dire de trouver une valeur rationnelle de t telle que $A + Bt^2$ devînt un carré, on verrait aisément que tous les artifices connus de l'Analyse de Diophante seraient en défaut pour ce cas; or, c'est précisément à ce cas que se réduit la solution générale des problèmes indéterminés du second degré à deux inconnues.

« Personne, que je sache, ne s'est occupé de ce problème, si l'on en excepte M. Euler, qui en a fait l'objet de deux excellents Mémoires qui se trouvent parmi ceux de l'Académie de Pétersbourg; mais il s'en faut beaucoup que la matière soit épuisée. Car, 1° M. Euler n'a considéré dans l'équation

$$A + Bt^2 = u^2$$

que le cas où B est un nombre positif et où t et u doivent être

des nombres entiers; 2° dans ce cas même, M. Euler suppose qu'on connaisse déjà une solution de l'équation et il donne le moyen d'en déduire une infinité d'autres.....; 3° les formules que M. Euler donne pour trouver une infinité de solutions, dès qu'on en connaît une seule, ne renferment pas toujours et ne sauraient renfermer toutes les solutions possibles, à moins que A ne soit un nombre premier.

« Les recherches que j'ai faites depuis quelque temps sur cette matière m'ont conduit à des méthodes directes, générales et nouvelles pour résoudre les équations de la forme

$$A + Bt^2 = u^2$$

et en général toutes les équations du second degré à deux inconnues, soit que les inconnues puissent être des nombres quelconques entiers ou fractionnaires, soit qu'elles doivent être des nombres entiers. »

Comme la question est peu connue j'en dirai quelques mots ici, bien que, personnellement, je n'y trouve pas un grand intérêt.

La résolution en nombres commensurables d'une équation quelconque du second degré à coefficients entiers

$$\alpha x^2 + \beta xy + \gamma y^2 + \delta x + \varepsilon y + \zeta = 0$$

se ramène presque immédiatement à celle d'une autre équation plus simple telle que

$$u^2 - Bt^2 = A$$

parce que, si l'on en multiplie tous les termes par 4, qu'on y complète le carré dont la racine serait

$$2\alpha x + \beta y + \delta$$

et qu'on réduise les autres termes, qui seront en y seul, la question sera ramenée à faire en sorte que l'ensemble de ces autres termes, changés de signes, soit un carré, ce qui donnera, par exemple, la condition

$$By^2 + 2fy + g = t^2;$$

et si l'on répète l'emploi du même procédé, on tombera sur une dernière équation

$$A + Bt^2 = u^2.$$

Du reste, à une solution en nombres commensurables de cette dernière équation, il correspondra toujours des valeurs commensurables de y et de x.

Si B était un carré tel que b^2, on résoudrait l'équation par la méthode de Diophante en posant

$$u = bt + z,$$

d'où il résulterait

$$t = \frac{A - z^2}{2bz}$$

et l'on pourrait prendre pour z telle valeur commensurable que l'on voudrait.

Mais si l'on voulait que t et u fussent entiers, on recourrait de préférence à cette remarque très simple que le produit $(u + bt)(u - bt)$ devant donner A, on n'aurait qu'à décomposer A de toutes les manières possibles en deux facteurs p et q, à faire

$$u + bt = p \quad \text{et} \quad u - bt = q$$

d'où

$$u = \frac{p+q}{2} \quad \text{et} \quad t = \frac{p-q}{2b}$$

et à rejeter les valeurs fractionnaires.

Si c'était A qui fut un carré, a^2, on ferait

$$u = a + tz,$$

il viendrait

$$t = \frac{2az}{B - z^2}$$

et toutes les valeurs commensurables attribuées à z fourniraient pour t et u des valeurs correspondantes, également commensurables.

Si l'on voulait que t et u fussent entiers, on remarquerait que l'équation proposée pouvant être écrite sous la forme

$$Bt^2 = (u + a)(u - a)$$

on pourrait faire

$$u + a = pt \quad \text{et} \quad u - a = qt,$$

p et q désignant deux facteurs entiers quelconques de B, et rejeter les solutions fractionnaires par rapport à t, qui résulteraient de ce système.

Mais cette méthode ne ferait pas nécessairement connaître toutes les solutions de l'équation proposée, car on aurait pu aussi bien poser

$$u + a = p\tau^2 \quad \text{et} \quad u - a = q\theta^2$$

τ et θ désignant deux facteurs de t.

« Ce sont là, dit Lagrange, les seules méthodes qu'on ait eues jusqu'à présent pour résoudre les équations de la forme

$$A + Bt^2 = u^2,$$

méthodes qui ne sont absolument applicables qu'aux cas où A et B sont des nombres carrés : dans tous les autres cas, on en était réduit au simple tâtonnement, moyen non seu-

lement long et pénible, mais presque impraticable, à moins que les quantités cherchées ne soient renfermées dans de certaines limites; or, c'est ce qui n'a lieu que dans les cas où, A étant positif, B est négatif; car, puisque u^2 doit être entier et positif, il est clair que Bt^2 devra être moindre que A, et que par conséquent t devra nécessairement être moindre que $\sqrt{\frac{A}{B}}$, de sorte qu'il n'y aura dans ce cas qu'à substituer successivement, au lieu de t, tous les nombres positifs moindres que $\sqrt{\frac{A}{B}}$, et choisir ceux qui rendront $A - Bt^2$ égal à un carré. Il n'en est pas de même lorsque B est positif, parce qu'alors t peut augmenter à l'infini; et, en général, soit que B soit positif ou négatif, le nombre des substitutions à essayer sera toujours nécessairement indéfini, dès qu'on voudra admettre des nombres rompus; ce qui prouve d'autant plus la nécessité d'avoir pour cet objet des méthodes directes et analytiques telles que celles que nous allons donner. »

Il nous a paru indispensable de reproduire ces importants détails historiques et de préciser l'objet des efforts victorieux de Lagrange, mais nous ne pourrions même pas donner l'analyse de la solution à laquelle il est parvenu. Comme nous l'avons déjà dit, nous devons nous borner à indiquer les résultats des recherches des Géomètres des dernières périodes, en vue seulement de donner aux lecteurs des indications concernant les sources à consulter.

XX. — *Sur la résolution des équations numériques.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, Tome XXIII, 1769.)

XXI. — *Addition au Mémoire sur la résolution des équations numériques.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, Tome XXIV, 1770.)

C'est dans cette addition que se trouve la démonstration de ce beau théorème de Lagrange que toute racine incommensurable d'une équation du second degré à coefficients entiers, développée en fraction continue, donne lieu à un quotient périodique.

« M. Euler, dit l'auteur, avait observé, dans un excellent Mémoire inséré au Tome XI des *Nouveaux Commentaires de Pétersbourg*, que la racine carrée d'un nombre entier se réduisait toujours en une fraction continue périodique; mais ce théorème, qui n'est qu'un cas particulier du nôtre, n'a pas été démontré par M. Euler. »

XXII. — *Nouvelle méthode pour résoudre les problèmes indéterminés en nombre entiers.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, Tome XXIV, 1770.)

Lagrange, dans ce mémoire, élargit le cadre de ses précédentes recherches sur la question, puis revient sur la résolution de l'équation.

$$A + Bt^2 = u^2.$$

XXIII. — *Nouvelle méthode pour résoudre les équations littérales par le moyen des séries.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, Tome XXIV, 1770.)

« Je vais donner dans ce Mémoire une méthode très simple et

très générale pour réduire les racines des équations littérales en suites infinies, matière sur laquelle plusieurs Géomètres se sont déjà exercés.

« Ma méthode a, si je ne me trompe, de grands avantages sur toutes les méthodes connues pour le même objet.

« 1° Elle donne l'expression de chaque racine de l'équation proposée, au lieu que les autres méthodes ne donnent ordinairement que l'expression d'une seule racine;

« 2° Elle donne les racines cherchées par des séries régulières, c'est-à-dire telles que leurs termes suivent une loi générale et connue, de sorte qu'il est très facile de les continuer autant que l'on veut;

« 3° Ces séries sont, de plus, telles qu'on peut aisément trouver la forme de leurs derniers termes et en déduire les conditions qui les rendent convergentes ou divergentes;

« 4° On peut aussi, par la même méthode, avoir l'expression d'une puissance quelconque de la racine cherchée, et même d'une fonction quelconque de cette racine;

« 5° Enfin cette méthode s'applique également aux équations transcendantes, qui renferment des logarithmes et des arcs de cercles, et peut servir à résoudre différents problèmes importants de cette espèce d'une manière simple et plus exacte qu'on ne pouvait le faire jusqu'à présent. »

Lagrange, comme on a déjà pu le constater par les extraits que j'ai déjà reproduits, textuellement d'ailleurs, a le grand mérite d'indiquer toujours très nettement l'état où se trouvait avant lui chacune des questions qu'il traite, ce qu'il a cherché à ajouter aux solutions proposées avant lui et ce qu'il pense avoir apporté de neuf et d'utile, relativement à chaque sujet.

La manière dont il pose les questions est toujours si claire et les indications qu'il donne sur ce qu'il se propose de faire sont toujours si lumineuses que lorsqu'on l'a lu on reconnaît immédiatement l'impossibilité, je ne dis pas de faire mieux, mais même de changer quoi que ce soit à l'analyse qu'il fournit de chacun de ses Mémoires.

C'est pourquoi nous nous sommes borné jusqu'ici à le citer, et nous continuerons vraisemblablement à agir de même; d'autant que par des raisons que nous avons déjà suffisamment indiquées, nous sommes obligé de nous borner à indiquer au lecteur les questions traitées par les auteurs dont il nous reste à faire connaître les travaux, et les solutions qu'ils pensent avoir inébranlablement établies.

Mais il nous sera permis de prier le lecteur de ne pas conclure de *mention* à *acquiescement*, la discussion complète des solutions indiquées n'étant plus possible. Au surplus il n'est pas indispensable d'admettre d'avance l'exactitude ou l'utilité de tout ce qui se trouve dans un ouvrage pour être tenté d'en prendre connaissance, le programme peut suffire.

XXIV. — *Sur la force des ressorts pliés.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, Tome XXV, 1771.)

« On sait que la force d'un ressort plié s'affaiblit toujours à mesure que le ressort se débande, mais on ignore la loi suivant laquelle se fait cet affaiblissement : or, c'est de cette loi que dépend la figure des fusées que l'on applique aux montres et à la plupart des horloges à ressort, et dont la propriété est de maintenir l'action du ressort dans l'égalité au moyen de la différente grandeur des rayons qui forment la rainure spirale ; car selon que

la corde qui se désentortille se trouve appliquée à une plus grande distance de la l'axe de la fusée, l'action du ressort devient aussi plus grande, et il faut que cette augmentation compense exactement la diminution de force que le ressort souffre en se déroulant.

« Dans les ressorts qui agissent en s'allongeant ou en se raccourcissant, il paraît que la force est proportionnelle à la quantité dont ils se dilatent ou se contractent, ou du moins, à une fonction donnée de cette quantité; mais ce principe n'a pas lieu dans les lames élastiques inextensibles et pliées en spirales, telles que celles qu'on applique aux horloges : le seul principe qu'on puisse employer pour ces sortes de ressorts est que la force avec laquelle le ressort résiste à être courbé est toujours proportionnelle à l'angle même de courbure; et c'est d'après ce principe que de très grands Géomètres ont déterminé la courbe qu'une lame élastique doit former lorsqu'elle est bandée par des forces quelconques données. Or voici le problème qu'il faut résoudre pour pouvoir connaître la loi de la force des ressorts pliés :

« *Une lame à ressort de longueur donnée et fixe par une de ses extrémités étant bandée par des forces quelconques qui agissent sur l'autre extrémité, et qui la retiennent dans une position donnée, déterminer la quantité et la direction de ces forces.*

« Ce problème n'a encore été résolu, que je sache, par aucun Géomètre, c'est ce qui m'a déterminé à en faire l'objet de ce Mémoire. »

Cet excellent opuscule où sont discutées et corroborées les solutions des deux Bernoulli du problème de la courbe élastique, contient quelques fautes, dans sa partie neuve.

Cela prouve une fois de plus qu'il n'y a pas d'œuvres sans défauts. On peut je crois s'en consoler sur ce que les ouvrages où l'on ne pourrait en signaler aucun autre présenteraient probablement le plus grand de tous : celui d'être sans qualités.

Au reste, il ne s'agit ici que de fautes de calcul sans importance, et qu'il a été facile de corriger dans la réimpression.

Mais, quant aux fautes plus graves, il ne faudrait pas trop s'étonner d'en rencontrer dans les œuvres des grands hommes, en effet tout homme supérieur est déjà plus ou moins un monstre, il faut donc qu'il présente des irrégularités et des inconséquences.

XXV. — *Sur le problème de Képler.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, Tome XXV, 1771.)

« Ce problème consiste, comme on sait, à couper l'aire elliptique en raison donnée, et sert principalement à déterminer l'anomalie vraie des planètes par leur anomalie moyenne. (On nomme anomalie vraie, l'angle du rayon vecteur mené du Soleil à la planète avec le grand axe de l'orbite de cette planète; quant à l'anomalie moyenne c'est la quatrième proportionnelle à l'aire entière de l'orbite, au secteur correspondant à l'anomalie vraie et à quatre droits.) Depuis Képler, qui a le premier essayé de le résoudre, plusieurs savants Géomètres s'y sont appliqués et en ont donné différentes solutions qu'on peut ranger dans trois classes. Les unes sont simplement arithmétiques et sont fondées sur la règle de fausse position : ce sont celles dont les Astronomes se servent habituellement dans le calcul des éléments des planètes : les autres sont géométriques ou mécaniques, et dépendent de l'intersection des courbes : celles-ci sont plutôt de simple curiosité

que d'utilité dans l'Astronomie; la troisième classe enfin comprend les solutions algébriques, qui donnent l'expression analytique de l'anomalie vraie par l'anomalie moyenne, aussi bien que de celle du rayon vecteur de l'orbite, expressions qui sont d'un usage continuel et indispensable dans la théorie des perturbations des corps célestes.

« L'équation par laquelle on doit déterminer la relation qui a lieu entre l'anomalie moyenne et l'anomalie vraie, est transcendante et ne peut, par conséquent, être résolue que par approximation, de sorte qu'on est obligé d'avoir recours aux suites infinies; or on ne peut déterminer directement que l'anomalie moyenne par l'anomalie vraie; et pour avoir l'expression de celle-ci par le moyen de celle-là, il faut employer la méthode du retour des suites, qui est non seulement longue et pénible, mais qui a aussi l'inconvénient de donner des séries irrégulières où l'on ne saurait connaître la loi des termes. »

Lagrange emploie, pour résoudre la question, la méthode qu'il a développée dans le Mémoire auquel nous avons donné le n° XXIII et qui a pour objet la résolution des équations littérales par le moyen des séries.

XXVI. — *Sur l'élimination des inconnues dans les équations.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, Tome XXV, 1771.)

« Lorsqu'on a deux équations qui renferment la même inconnue élevée à des degrés quelconques, on peut toujours, par les règles ordinaires de l'Algèbre, éliminer cette inconnue; mais on risque de tomber dans un inconvénient : c'est que l'équation résultante de l'élimination monte à un degré plus élevé qu'elle ne doit. Plusieurs habiles Géomètres ont senti cet inconvénient

et ont donné des moyens de l'éviter; c'est ce que MM. Euler, Cramer, Bézout et d'autres ont fait par des méthodes qui leur sont propres...

« La méthode que je vais exposer ici a l'avantage de réduire l'élimination à des formules générales et très simples dont les analystes pourront faire usage au besoin. »

Cette méthode repose en somme sur l'usage des fonctions symétriques des racines d'une des équations, mais par un procédé détourné, dont je ne vois pas l'avantage.

XXVII. — *Nouvelles réflexions sur les tautochrones.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1770.)

Ce Mémoire a en partie pour objet de répondre à des critiques adressées par Fontaine à Lagrange, sur son Mémoire de 1765, auquel nous avons donné le n° XVII; mais il contient de nouveaux développements sur la question, et, principalement, la solution de ce problème :

« Soit a l'espace total que peut parcourir un corps qui part d'un point donné avec une certaine vitesse et qui est continuellement retardé dans sa marche par une force variable p; soient de plus x un espace quelconque parcouru pendant le temps t, u la vitesse du corps au bout de ce temps, et L une fonction quelconque donnée de x et de a : on demande par quelle fonction de u et de x doit être exprimée la force p, pour que le temps t soit égal à une fonction quelconque de L. »

« Ce problème, dit Lagrange, n'a pas encore été résolu et il sert à jeter un grand jour sur celui des tautochrones. »

XXVIII. — *Démonstration d'un théorème d'Arithmétique.*

(Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1770.)

Ce théorème consiste en ce que *tout nombre entier non carré peut toujours se décomposer en deux, trois, ou quatre carrés entiers*. Bachet de Méziriac est le premier qui ait énoncé le fait, sans avoir pu le démontrer. « Fermat, dans les notes qu'il a ajoutées au Commentaire de Bachet sur Diophante, annonce un grand ouvrage où il promet de démontrer : que *tout nombre est, ou triangulaire, ou composé de deux ou trois nombres triangulaires; qu'il est ou carré, ou composé de deux, ou de trois, ou de quatre carrés, et ainsi de suite;* mais cet ouvrage n'a jamais paru. » Euler, dans le Tome V des *Nouveaux commentaires de Pétersbourg*, ramène la question à une autre plus simple : pour cela il démontre d'abord que si *plusieurs nombres sont séparément des sommes de quatre carrés leur produit le sera aussi :* d'où résulte que si le théorème de Bachet était démontré pour les nombres premiers il le serait pour tous les autres nombres. Il démontre de plus qu'*un nombre premier quelconque étant proposé, on peut toujours trouver deux ou trois nombres carrés dont la somme soit divisible par ce nombre, sans que chacun des carrés en particulier le soit, et que ces nombres carrés peuvent toujours être supposés tels que le quotient de la division de leur somme par le nombre premier donné soit moindre que ce même nombre;* il en conclut que le théorème en question serait démontré pour tous les nombres premiers si l'on pouvait démontrer cette autre proposition que *lorsque le produit de deux nombres est la somme de quatre carrés, et que l'un des facteurs est également la somme de quatre carrés, il en est de même de l'autre facteur.*

C'est cette dernière proposition que démontre Lagrange.

XXIX. — *Réflexions sur la résolution algébrique des équations.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, 1770 et 1771.)

« Je me propose dans ce Mémoire d'examiner les différentes méthodes que l'on a trouvées jusqu'à présent pour la résolution algébrique des équations, de les réduire à des principes généraux, et de faire voir *à priori* pourquoi ces méthodes réussissent pour le troisième et le quatrième degrés et sont en défaut pour les degrés ultérieurs. »

On sait aujourd'hui que la résolution algébrique des équations générales dont le degré dépasse cinq, est impossible. Le Mémoire de Lagrange n'en présente pas moins un grand intérêt rétrospectif; l'auteur y remet en honneur une remarquable méthode de Tschirhausen.

XXX. — *Démonstration d'un théorème nouveau concernant les nombres premiers.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1771.)

Ce théorème consiste en ce que *si* n *est un nombre premier quelconque, la somme*

$$1.2.3.4.5\ldots.(n-1)+1$$

sera toujours divisible par n. Il avait été énoncé par Waring, qui en fait honneur à Jean Wilson, mais il restait à en trouver une démonstration.

XXXI. — *Sur une nouvelle espèce de Calcul relatif à la différentiation et à l'intégration des quantités variables.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, 1772.)

« Leibnitz a donné, dans le premier volume des *Miscellanea Berolinensia* un Mémoire intitulé : *Symbolismus memorabilis Calculi algebraici, et infinitesimalis in Comparatione potentiarum et differentiarum, etc.*, dans lequel il fait voir l'analogie qui règne entre les différentielles de tous les ordres du produit de deux ou de plusieurs variables et les puissances des mêmes ordres du binôme ou du polynôme composé de la somme de ces mêmes variables. Ce grand Géomètre a aussi remarqué ailleurs que la même analogie subsistait entre les puissances négatives et les intégrales, mais ni lui ni aucun autre, que je sache, n'a poussé plus loin ces sortes de recherches, si l'on en excepte seulement M. Jean Bernoulli qui a montré comment on pouvait dans certains cas trouver l'intégrale d'une différentielle donnée en cherchant la troisième proportionnelle à la différence de la quantité donnée et à cette même quantité, et changeant ensuite les puissances positives en différences et les négatives en sommes ou intégrales. »

Lagrange tire de l'observation de Leibnitz « différents théorèmes généraux concernant les différentiations et intégrations des fonctions de plusieurs variables, dont la plupart sont nouveaux, et auxquels il serait d'ailleurs très difficile de parvenir par d'autres voies. »

Il en déduit notamment la démonstration qu'il a plus tard reproduite dans sa *Théorie des fonctions analytiques* du théorème de Taylor étendu à un nombre quelconque de variables.

XXXII. — *Sur la forme des racines imaginaires des Équations.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, 1772.)

Lagrange propose du théorème de d'Alembert, dont il dit que

la démonstration très ingénieuse ne lui semble rien laisser à désirer du côté de l'exactitude, une nouvelle preuve tirée de ce que toute équation d'un degré supérieur au second « pourrait toujours se partager en deux autres équations dont les coefficients fussent des quantités réelles », théorème qu'il établit par la considération des équations propres à déterminer les coefficients d'un diviseur, lesquelles conduiraient à une équation finale qui, étant de degré impair, aurait toujours au moins une racine réelle, etc.

XXXIII. — *Sur les réfractions astronomiques.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1772.)

XXXIV. — *Sur l'intégration des équations à différences partielles du premier ordre.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1772.)

Lagrange, dans ce Mémoire recherche principalement s'il serait possible de déterminer le facteur par lequel il faudrait multiplier une équation telle que

$$dz - p\,dx - q\,dy = 0,$$

pour en rendre le premier membre intégrable.

Il donne plusieurs exemples où la méthode s'applique.

XXXV. — *Nouvelle solution du problème du mouvement de rotation d'un corps de figure quelconque qui n'est animé par aucune force accélératrice.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1773.)

La question avait été résolue de deux manières différentes par

Euler et d'Alembert, au moyen de la considération des axes principaux d'inertie du corps, relatifs au point autour duquel il devait tourner, et en supposant la théorie géométrique de la composition et de la décomposition des rotations. Lagrange se propose de résoudre le problème d'une façon purement analytique et sans avoir recours aux considérations précitées. « A considérer, dit-il, le Problème en lui-même, il semble qu'on devrait pouvoir le résoudre directement et indépendamment des propriétés des axes de rotation, propriétés dont la démonstration est assez difficile, et qui devraient d'ailleurs être plutôt des conséquences de la solution même que les fondements de cette solution. »

XXXVI. — *Sur l'attraction des sphéroïdes elliptiques.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1773) et *Addition au Mémoire précédent* (même recueil, année 1775.)

« Quelques avantages que l'Analyse algébrique ait sur la méthode géométrique des anciens, qu'on appelle vulgairement, quoique fort improprement *synthèse*, il est néanmoins des problèmes où celle-ci paraît préférable, tant par la clarté lumineuse qui l'accompagne, que par l'élégance et la facilité des solutions qu'elle donne. Il en est même pour lesquels l'Analyse algébrique paraît en quelque sorte insuffisante, et où il semble que la méthode synthétique soit seule capable d'atteindre.

« Le problème où il s'agit de déterminer l'attraction qu'un sphéroïde elliptique exerce sur un point quelconque placé sur sa surface ou dans son intérieur, est de cette espèce. M. Maclaurin qui a le premier résolu ce Problème dans son excellente pièce *sur le flux et le reflux de la mer*, couronné par l'Académie des Sciences

de Paris en 1740, a suivi une méthode purement géométrique et fondée uniquement sur quelques propriétés de l'ellipse et des sphéroïdes elliptiques; et il faut avouer que cette partie de l'ouvrage de M. Maclaurin est un chef-d'œuvre de Géométrie, qu'on peut comparer à tout ce qu'Archimède nous a laissé de plus beau et de plus ingénieux. Comme M. Maclaurin avait une sorte de prédilection pour la méthode des Anciens, il n'est pas surprenant qu'il l'ait employée dans la solution du Problème dont nous venons de parler; mais il l'est extrêmement, ce me semble, qu'un Problème aussi important que celui-là n'ait pas été résolu depuis d'une manière directe et analytique, surtout dans ces derniers temps où l'Analyse est devenue d'un usage si commun et si général. On ne peut, je crois, en attribuer la cause qu'aux difficultés de calculs que la solution de cette question doit renfermer lorsqu'on l'envisage sous un point de vue purement analytique.

« Je me propose dans ce Mémoire de faire voir que bien loin que le Problème dont il s'agit se refuse à l'Analyse, il peut être résolu par ce moyen d'une manière, sinon plus simple, du moins plus directe et plus générale que par la voie de la synthèse; ce qui servira à détruire un des principaux arguments que les détracteurs de l'Analyse puissent apporter pour la rabaisser et pour prouver la supériorité de la Méthode synthétique des Anciens. »

Lagrange est incontestablement parvenu, comme il le voulait, à résoudre analytiquement le problème en question; mais il ne paraît pas moins incontestable que la solution qu'il en donne soit plus compliquée que celle de Mac-Laurin. Au reste l'expression *Méthode des Anciens* est peut-être vicieuse, puisque les modernes l'emploient aussi, quand ils le peuvent, ce qui n'est

pas toujours facile, tandis qu'il n'y a aucun effort à tenter pour recourir à l'autre, qui se présente naturellement à l'esprit depuis qu'on sait calculer.

Ce qui distingue essentiellement les deux méthodes est que, dans la première, on passe de propositions à propositions par l'élimination en bloc, au moyen de rapprochements simples, mais difficiles à imaginer, de groupes de variables, et que dans la seconde les déductions se font par l'élimination successive de ces variables. C'est ce qui constitue, en faveur de la première, l'élégance relative que Lagrange lui reconnaît; mais, pour s'en servir, il faut commencer par reconnaître les groupes qui ne se dissocieront pas d'échelon en échelon, ce qui n'est pas toujours facile. Si la difficulté ne se présentait pas d'elle-même et trop souvent insurmontable, on ne recourrait jamais à la seconde Méthode.

Quant aux mots de synthèse et d'analyse, ils ne sont pas mal imaginés, car le premier rappelle l'idée de groupe et le second celle d'élément.

Au reste Lagrange, dans ce Mémoire ni dans l'*addition*, n'ajoute rien à ce qu'avaient déjà trouvé Mac-Laurin et d'Alembert, relativement aux attractions exercées par des ellipsoïdes homogènes, de révolution ou quelconques, sur des points placés à leurs surfaces ou dans le prolongement d'un des axes.

XXXVII. — *Solutions analytiques de quelques problèmes sur les pyramides triangulaires.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1773.)

« Les problèmes qui vont faire la matière de ce Mémoire concernent la manière de trouver la surface, la solidité, les sphères circonscrite et inscrites, le centre de gravité, etc., de

toute pyramide triangulaire dont on connaît les six côtés; et je me flatte que les solutions que j'en vais donner pourront intéresser les Géomètres, tant par la méthode que par les résultats. »

XXXVIII. — *Recherches d'Arithmétique.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, années 1773 et 1775.)

Ces Recherches ont pour objet les nombres qui peuvent être représentés par la formule

$$\mathrm{B}t^2 + \mathrm{C}tu + \mathrm{D}u^2,$$

où B, C, D sont supposés des nombres entiers et t, u des nombres aussi entiers, mais indéterminés.

TOME IV.

XXXIX. — *Sur les intégrales particulières des équations différentielles.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1774.)

« On trouve dans un Mémoire de M. Clairaut, imprimé parmi ceux de l'Académie pour 1734, cette remarque singulière, qu'il y a des équations différentielles qu'on peut intégrer par la différentiation, et que les intégrales trouvées de la sorte ne sont jamais comprises dans les intégrales complètes que donnent les règles ordinaires de l'intégration, quoique d'ailleurs ces mêmes intégrales satisfassent aux équations différentielles proposées et résolvent très bien les problèmes géométriques qui conduisent à ces équations.

« M. Euler a mis ensuite ces deux espèces de paradoxes dans un plus grand jour, et il les a confirmés par différents exemples tirés de la Géométrie, dans un Mémoire intitulé : *Exposition de*

quelques paradoxes dans le Calcul intégral, et imprimé parmi ceux de l'Académie de Berlin dans le volume de 1756. Ce grand Géomètre avait aussi déjà remarqué, dans sa *Mécanique*, qu'il y a souvent des solutions particulières qui échappent à la solution générale, et il avait même donné une formule pour trouver ces solutions particulières dans un grand nombre de cas; mais ni M. Clairaut, ni M. Euler n'avaient encore cherché les moyens de reconnaître *à priori* si une équation finie, qui satisfait à une équation différentielle donnée, est comprise ou non dans l'intégrale complète de cette équation différentielle, sans connaître cette intégrale.

« Ce Problème, qui est d'une grande importance dans la Théorie du Calcul intégral, a depuis été résolu par M. Euler dans le premier volume de son *Calcul intégral*. M. d'Alembert s'en est occupé aussi et en a rendu la solution plus rigoureuse et plus générale. (Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris pour 1769.) On trouve de plus quelques principes généraux sur le même sujet dans les Ouvrages de M. le marquis de Condorcet. Enfin, je viens de lire un *Mémoire sur les solutions particulières des équations différentielles* que M. de Laplace a donné depuis peu à l'Académie des Sciences et qui doit paraître dans le volume de 1772. Dans ce Mémoire, M. de Laplace perfectionne et étend plus loin la théorie déjà connue des solutions particulières, et, ce que personne n'avait encore fait, il donne des méthodes pour trouver directement toutes les solutions particulières qui peuvent satisfaire à une équation différentielle donnée, et qui ne seraient point comprises dans la solution générale de cette équation.

« Cette lecture a réveillé d'anciennes idées que j'avais sur la

même matière et occasionné les recherches suivantes, dans lesquelles je me flatte de pouvoir présenter aux Géomètres une Théorie nouvelle et complète sur le point d'analyse dont il s'agit. »

La théorie de Lagrange est suffisamment connue, pour ce qui concerne les équations différentielles du premier ordre, dont on s'était exclusivement occupé avant lui, elle est exposée en effet dans tous les cours de Calcul intégral, mais il l'étend aux équations différentielles d'ordres supérieurs et même aux équations à différentielles partielles. C'est au reste le même procédé qu'il emploie dans tous les cas, mais pour se rendre compte de ce procédé, il faudra lire le Mémoire lui-même.

XL. — *Sur le mouvement des nœuds des orbites planétaires.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1774.)

« Un des principaux effets de l'attraction mutuelle des planètes est le changement de situation de leurs orbites. La théorie fait voir que si un corps qui se meut autour d'un centre, en vertu d'une force quelconque tendante à ce centre, est attiré par un autre corps mû autour du même centre et dans le même sens, mais dans un plan différent, le nœud, c'est-à-dire l'intersection de l'orbite du corps attiré sur celle du corps attirant, regardée comme fixe, a nécessairement un mouvement rétrograde et contraire à celui des deux corps, sans compter les inégalités périodiques qui auront lieu tant dans ce mouvement du nœud que dans l'inclinaison des orbites. C'est ainsi que les nœuds de la Lune rétrogradent sur l'écliptique d'environ 19° par an, par l'action du Soleil. La même chose doit donc avoir lieu aussi à l'égard des orbites des planètes principales, dont l'attraction mu-

tuelle est un fait qu'on ne saurait plus révoquer en doute : chaque orbite doit rétrograder continuellement sur chacune des autres orbites : ce qui doit nécessairement produire à la longue un déplacement général de toutes les orbites planétaires. Il en est de même des orbites des satellites de Jupiter, ainsi que de celles des satellites de Saturne.

« M. Euler est le premier qui ait entrepris de déterminer le changement que le plan de l'orbite de la Terre doit souffrir par sa rétrogradation continuelle sur les plans des orbites des autres planètes.

« M. de Lalande a étendu ensuite cette théorie à toutes les planètes, et, après avoir déterminé séparément le mouvement des nœuds de chaque planète sur l'orbite de chacune des cinq autres, a examiné quel changement il devait en résulter dans la position de chaque orbite relativement à un plan fixe.

« Enfin M. Bailly a appliqué cette même théorie aux satellites de Jupiter et a tâché d'expliquer par là les variations observées dans les inclinaisons du second et du troisième satellites.

« Mais comme les formules que ces auteurs ont employées n'expriment à proprement parler que les variations instantanées ou différentielles des lieux des nœuds et des inclinaisons des orbites, il s'en suit qu'elles ne peuvent servir que pour un temps limité, et qu'elles sont absolument insuffisantes pour faire connaître les lois véritables des variations de ces éléments. D'où l'on voit que le problème dont il s'agit n'a pas encore été résolu avec toute la généralité et la précision nécessaires pour qu'on ne puisse tirer des conclusions exactes sur les phénomènes que l'action mutuelle des planètes doit produire à la longue relativement à la position de leurs orbites.

« L'importance de ce problème m'ayant engagé à m'en occuper, je vais communiquer ici aux Géomètres les recherches que j'ai faites depuis quelque temps pour en trouver la solution. Elles m'ont conduit à des résultats qui me paraissent mériter leur attention, tant par l'utilité dont ils peuvent être dans l'Astronomie physique, que par l'analyse même sur laquelle ils sont fondés.

« Je considère d'abord deux seules orbites mobiles l'une sur l'autre, et je donne dans ce cas une solution générale complète de la question; je fais voir ensuite que le cas de trois orbites mobiles à la fois l'une sur l'autre dépend de la rectification des sections coniques, et par conséquent ne peut être résolu par les méthodes connues; d'où je conclus qu'à plus forte raison on ne saurait se flatter de pouvoir résoudre le Problème lorsque le nombre des orbites mobiles est plus grand. Cependant, comme les orbites des planètes ainsi que celles des satellites sont peu inclinées les unes sur les autres, j'examine si cette circonstance ne pourrait pas apporter quelque simplification aux calculs, et je parviens enfin à une méthode très simple et très générale par laquelle, quel que soit le nombre des orbites mobiles, le Problème se réduit toujours à des équations différentielles linéaires du premier ordre, dont l'intégration est facile par les méthodes connues; de sorte qu'on peut par ce moyen avoir une théorie complète des principaux changements que l'attraction mutuelle des planètes doit produire dans les lieux des nœuds et dans les inclinaisons de leurs orbites. »

Lagrange est revenu plus tard sur cette question.

XLI. — *Recherches sur les suites récurrentes dont les termes*

varient de plusieurs manières différentes, ou sur l'intégration des équations aux différences finies et partielles; et sur l'usage de ces équations dans la théorie des hasards. (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1775.)

« J'ai donné, dans le premier volume des *Mémoires de la Société des Sciences de Turin*, une nouvelle méthode pour traiter la théorie des suites récurrentes, en la faisant dépendre de l'intégration des équations linéaires aux différences finies. Je me proposais alors de pousser ces recherches plus loin et de les appliquer à la solution de plusieurs problèmes de la théorie des hasards; mais d'autres objets m'ayant depuis fait perdre celui-là de vue, M. de Laplace m'a prévenu en grande partie, dans deux excellents Mémoires *sur les suites récurrentes*, et *sur l'intégration des équations différentielles finies et leur usage dans la théorie des hasards*. Je crois cependant qu'on peut encore ajouter quelque chose au travail de cet illustre Géomètre, et traiter le même sujet d'une manière plus directe, plus simple et surtout plus générale; c'est l'objet des Recherches que je vais donner dans ce Mémoire; on y trouvera des méthodes nouvelles pour l'intégration des équations aux différences finies et partielles, et l'application de ces méthodes à plusieurs Problèmes intéressants du Calcul des probabilités; mais il n'est question ici que des équations dont les coefficients sont constants, et je réserve pour un autre Mémoire l'examen de celles qui ont des coefficients variables.

XLII. — *Sur l'altération des moyens mouvements des Planètes.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1776.)

XLIII. — *Solutions de quelques problèmes d'Astronomie sphérique par le moyen des séries.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1776.)

XLIV. — *Sur l'usage des fractions continues dans le Calcul intégral.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1776.)

« On connaît depuis longtemps la méthode des séries pour intégrer par approximation les équations différentielles dont l'intégrale finie est impossible, ou du moins très difficile à trouver ; mais cette méthode a l'inconvénient de donner des suites infinies lors même que ces suites peuvent être représentées par des expressions rationnelles finies. La méthode des fractions continues a tous les avantages de celle des séries et est en même temps exempte de l'inconvénient dont nous venons de parler ; car, par cette méthode, on est assuré de trouver directement la valeur rationnelle et finie de la quantité cherchée lorsqu'elle en a une, parce qu'alors l'opération se termine d'elle-même. »

XLV. — *Solution algébrique d'un problème de Géométrie.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1776.)

Ce problème est celui de l'inscription dans un cercle d'un triangle dont les côtés passent par trois points donnés.

XLVI. — *Recherches sur la détermination du nombre des racines imaginaires dans les équations littérales.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1777.)

XLVII. — *Sur quelques problèmes de l'Analyse de Dio-*

phante. (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1777.)

XLVIII. — *Remarques générales sur le mouvement de plusieurs corps qui s'attirent mutuellement en raison inverse des carrés des distances.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1777.)

Ce Mémoire ne contient guère que des démonstrations nouvelles de théorèmes donnés précédemment par d'Alembert et qui ne présentent pas un très grand intérêt.

XLIX. — *Réflexions sur l'échappement.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1777.)

L. — *Sur le problème de la détermination des comètes d'après trois observations.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, années 1778 et 1783.)

« Le fameux problème de la détermination d'une comète d'après trois observations, sur lequel Newton s'est exercé le premier et dont il ne nous a laissé que des solutions imparfaites, a occupé depuis plusieurs grands Géomètres; mais leurs efforts n'ont presque abouti jusqu'à présent qu'à varier et à simplifier à quelques égards les méthodes proposées par Newton, sans les rendre plus exactes et plus commodes pour la pratique. »

Lagrange discute la méthode de Newton, celles de Bouguer, de Lambert, d'Euler et d'autres ; il montre qu'elles laissent encore toutes à désirer; enfin il propose une méthode « directe et analytique, qui donne d'abord, et sans tâtonnement, les premières valeurs des inconnues du Problème, et par laquelle on puisse

ensuite corriger ces valeurs et les rendre aussi exactes qu'on voudra. »

LI. — *Sur la théorie des lunettes.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1778.)

La question que Lagrange traite dans ce Mémoire est de déterminer la route d'un rayon qui traverse un nombre quelconque de lentilles disposées sur le même axe. Ce problème avait été résolu par Côtes et par Euler. Lagrange en donne une solution plus simple, dont l'avantage est dû à des artifices de notations et de calcul.

LII. — *Sur une manière particulière d'exprimer le temps dans les sections coniques décrites par des forces tendantes au foyer et réciproquement proportionnelles aux carrés des distances.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1778.)

Lambert avait démontré, dans son *Traité sur les propriétes des orbites des comètes*, ce théorème que, « dans les ellipses décrites par des forces tendantes vers l'un des foyers, et agissantes en raison inverse du carré des distances, le temps employé à parcourir un arc quelconque ne dépend que du grand axe, de la corde qui sous-tend l'arc parcouru, et de la somme des rayons vecteurs qui joignent les deux extrémités de cet arc »; en sorte que ces trois éléments étant supposés les mêmes, le temps serait aussi le même, quelle que fût d'ailleurs l'ellipse parcourue.

La démonstration de Lambert était « fondée sur une transformation ingénieuse des secteurs elliptiques, de laquelle il résulte que si, dans différentes ellipses qui aient le même grand axe, on

prend des secteurs tels que les cordes et les sommes des deux rayons vecteurs soient les mêmes, ces secteurs sont proportionnels aux racines carrées des paramètres respectifs; d'où il résulte que les temps employés à parcourir les arcs de ces secteurs doivent être les mêmes, puisque, en général, le temps est comme l'aire du secteur, divisée par la racine carrée du paramètre. »

Ce théorème offrait un moyen de ramener la détermination du temps employé à parcourir un arc d'une ellipse donnée à celle du temps employé à parcourir un arc d'une autre ellipse ayant le même grand axe, et même, comme le remarque Lagrange, au temps employé à parcourir une partie de ce grand axe, puisque l'ellipse arbitraire pouvait se réduire à son grand axe.

Mais la démonstration de Lambert était « purement synthétique »; il paraîtrait même « difficile d'y parvenir par le calcul, en sorte qu'on pourrait mettre le théorème en question dans le petit nombre de ceux pour lesquels l'Analyse géométrique semble avoir de l'avantage sur l'Analyse algébrique. »

Lagrange ne pouvait pas supporter que les choses restassent en cet état et il donne du théorème de Lambert une démonstration analytique.

LIII. — *Sur différentes questions d'Analyse relatives à la théorie des intégrales particulières.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1779.)

Lagrange revient sur celui de ses Mémoires auquel nous avons donné le n° XXXIX, et qui se rapporte aux intégrales particulières des équations différientielles, intégrales que nous appelons aujourd'hui singulières; il termine son préambule par ces mots : « Je vais maintenant appliquer la théorie des intégrales particu-

lières à la solution de différentes questions d'Analyse qui n'avaient pas encore été traitées, ou du moins qui ne l'avaient pas été sous le point de vue sous lequel on les considère dans ce Mémoire. Cette application donnera en même temps le dénouement de quelques paradoxes qui se présentent naturellement dans la solution de ces mêmes questions, et servira de plus en plus à montrer l'utilité et la nécessité de la théorie dont il s'agit, dans le Calcul intégral. »

Nous nous bornerons à un seul exemple, qui suffira pour donner une idée de l'intérêt qui s'attache au Mémoire qui nous occupe : l'équation de la développée d'une courbe

$$f(x, y) = 0$$

résulterait de l'élimination de x et y entre cette équation et celles qui donnent les coordonnées p et q d'un point de la développée, savoir

$$q = y + \frac{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}{\frac{d^2y}{dx^2}} \quad \text{et} \quad p = x - \frac{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}{\frac{d^2y}{dx^2}} \frac{dy}{dx}.$$

Réciproquement, l'équation différentielle de la développante d'une courbe

$$\varphi(p, q) = 0$$

serait

$$\varphi\left[x - \frac{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}{\frac{d^2y}{dx^2}} \frac{dy}{dx}, \quad y + \frac{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}{\frac{d^2y}{dx^2}}\right] = 0.$$

Cette équation différentielle étant du second ordre, son intégrale générale devrait contenir deux constantes arbitraires. Cepen-

dant, la développante d'une courbe est absolument déterminée quand on donne sur cette courbe l'origine à partir de laquelle se fait le développement; en sorte que son équation ne renferme effectivement qu'une seule constante arbitraire.

Lagrange fait voir que l'intégration, effectuée avec toutes les précautions convenables pour ne négliger aucun des résultats auxquels peut conduire l'équation différentielle en question, fournit en effet deux solutions, dont l'une mène à l'équation de la développante qu'on avait en vue, et l'autre à celle d'un cercle ayant son centre en un point quelconque de la courbe donnée et un rayon quelconque, lequel cercle s'engendrerait de la manière suivante : le mouvement régulier d'enroulement de la tangente à la développée s'arrêtant à un instant quelconque, pour faire momentanément place à un mouvement de rotation de cette tangente autour de son point de contact, le point de cette tangente qui devrait décrire la développante, décrirait en réalité le cercle en question. L'arc de la développée cesserait de croître, p et q, par conséquent, resteraient constants ainsi que le rayon

$$\frac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \quad \text{ou} \quad (x-p)^2+(y-q)^2$$

du cercle osculateur à la courbe engendrée.

On conçoit que la question devait contenir cette solution, car la condition physique du mouvement de la tangente à la développée, laquelle était que l'une des lignes roulât sur l'autre, cette condition a été, dans la mise en équation, transformée

en cette autre que les arcs développés des deux lignes fussent égaux; or, ils restent bien égaux lorsqu'ils restent nuls l'un et l'autre.

LIV. — *Sur la construction des Cartes géographiques.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1779.)

Ce que se propose Lagrange, dans ce Mémoire, est de trouver la solution la plus générale du problème de conserver les angles, dans la Carte, en laissant la figure circulaire aux courbes représentatives des méridiens et des parallèles. La question avait déjà été étudiée par Lambert et par Euler, mais les solutions proposées n'étaient pas suffisamment générales.

LV. — *Mémoire sur la théorie du mouvement des Fluides.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1781.)

TOME V.

LVI. — *Théorie de la libration de la Lune et des autres phénomènes qui dépendent de la figure non sphérique de cette planète.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1780.)

« C'est un phénomène reconnu depuis longtemps que la Lune nous présente toujours la même face; mais ce n'est que depuis l'invention des lunettes qu'on a pu déterminer les lois de la libration, c'est-à-dire de ces balancements que la Lune paraît faire autour de son centre, et par lesquels, dans le cours de chaque mois, elle nous cache et nous découvre alternativement, vers ses bords, quelque partie de sa surface.

« Galilée est le premier qui ait observé la libration, mais il

paraît n'en avoir bien connu qu'une partie, celle qui se fait perpendiculairement à l'écliptique, et qu'on nomme *libration en latitude*. Hévélius découvrit ensuite la *libration en longitude;* mais il était réservé à Dominique Cassini de donner une explication générale et complète de ce phénomène. Il trouva qu'on pouvait satisfaire à toutes les apparences de la libration, en supposant : 1° que la Lune tourne uniformément autour d'un axe dont les pôles, fixes sur sa surface, soient constamment élevés sur l'écliptique de $87° \frac{1}{2}$, et, sur le plan de l'orbite, de $82° \frac{1}{2}$, et soient toujours sur un grand cercle du globe de la Lune, parallèle au grand cercle qui passe par les pôles de l'orbite et par ceux de l'écliptique; 2° que la rotation de cette Planète autour de son axe s'achève dans l'espace de 25 jours et 5 heures, par une période égale à celle du retour de la Lune au nœud de son orbite avec l'écliptique (il aurait fallu dire : 27 jours).

« Cette théorie, qui avait été publiée après la mort de Cassini, sans aucun détail, a été vérifiée par Tobie Mayer, qui trouva que le plan de l'équateur lunaire est incliné de 1° 29′ sur le plan de l'écliptique, que la section de ces deux plans est toujours à peu près parallèle à la ligne des nœuds moyens de l'orbite de la Lune, en sorte que le plan de l'écliptique tombe entre les deux plans de l'équateur et de l'orbite de la Lune, et que la Lune tourne, sur l'axe de son équateur, d'Occident en Orient, de manière que chaque point de cet équateur revient au point équinoxial lunaire dans un temps précisément égal à celui dans lequel la Lune revient au nœud par son mouvement moyen, c'est-à-dire dans l'espace de 27 jours 5 heures 6 minutes 56 secondes.

« Ces déterminations s'accordent avec celles de Cassini, à l'exception de l'inclinaison de l'équateur lunaire, que Cassini a

faite de $20^\circ \frac{1}{2}$, et que Mayer a diminuée de 1°... Enfin, les déterminations de Mayer se trouvent confirmées par les observations de M. de La Lande...

« Telles sont les lois de la rotation de la Lune... L'accord des nœuds de l'équateur de la Lune avec ceux de son orbite, et l'égalité entre la révolution de l'équateur de la Lune par rapport à ses nœuds, et la révolution de cette Planète dans son orbite par rapport aux nœuds de cette orbite, sont peut-être les phénomènes les plus singuliers du Système du monde. Il résulte de leur combinaison que la durée de la rotation entière de la Lune doit être parfaitement égale à celle du temps périodique de cette Planète; et cette égalité est évidemment une suite nécessaire de ce que la Lune nous montre toujours la même face; phénomène qui, pour être connu depuis longtemps, n'en est pas moins extraordinaire, quoique d'ailleurs il ne paraisse pas unique dans le Système du monde...

« Quoi qu'il en soit, comme le système de l'attraction universelle ne rend jusqu'à présent aucune raison de la rotation des Planètes autour de leurs axes, il n'en peut rendre aucune de l'égalité dont il s'agit... » Mais il suffit, pour expliquer le fait, de supposer « que la Lune ait reçu une vitesse de rotation primitive peu différente de sa vitesse moyenne de translation, et qu'ensuite l'action de la Terre détruise l'effet de cette petite différence, en empêchant le côté de la Lune qui est tourné vers la Terre de s'en écarter au delà d'un certain terme, à peu près comme l'action de la gravité retient autour de la perpendiculaire un pendule qui n'a reçu qu'une impulsion assez petite. »

Lagrange avait déjà proposé l'explication de la première partie du phénomène, dans ses *Recherches sur la libration de la Lune,*

qui obtinrent devant l'Académie des Sciences de Paris le prix de 1763 [1]. Mais la coïncidence des nœuds de l'équateur lunaire avec ceux de l'orbite lunaire restait inexpliquée. C'est à combler cette lacune que tend Lagrange, dans le nouveau Mémoire dont il s'agit ici.

LVII. — *Théorie des variations séculaires des éléments des Planètes.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1781.)

« Les observations ont prouvé que le mouvement elliptique des Planètes est sujet à de petites variations, et le calcul a démontré que leur attraction mutuelle peut en être la cause. Ces variations sont de deux espèces : les unes périodiques et qui ne dépendent que de la configuration des Planètes entre elles; celles-ci sont les plus sensibles, et le calcul en a déjà été donné par différents Auteurs; les autres séculaires et qui paraissent aller toujours en augmentant; ce sont les plus difficiles à déterminer, tant par les observations que par la théorie. Les premières ne dérangent point l'orbite primitive de la Planète; ce ne sont, pour ainsi dire, que des écarts passagers qu'elle fait dans sa course régulière, et il suffit d'appliquer ces variations au lieu de la Planète, calculé par les tables ordinaires du mouvement elliptique. Il n'en est pas de même des variations séculaires. Ces dernières altèrent les éléments mêmes de l'orbite, c'est-à-dire la position et les dimensions de l'ellipse décrite par la Planète; et quoique leur effet soit insensible dans un court espace de temps, il peut néanmoins devenir à la longue très considérable.

(1) Ce Mémoire est inséré dans le Tome VI des œuvres de Lagrange.

« C'est une Théorie complète de ces sortes de variations que j'entreprends de donner; objet qui intéresse également les Astronomes et les Géomètres. »

Lagrange avait déjà attaqué ces questions dans différents ouvrages; mais il crut « devoir reprendre cette matière en entier, pour la traiter à fond et d'une manière plus directe et plus rigoureuse. »

LVIII. — *Théorie des variations périodiques des mouvements des Planètes.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1783.)

LIX. — *Sur les variations séculaires des mouvements moyens des Planètes.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1783.)

LX. — *Théorie des variations périodiques des mouvements des Planètes.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1784.)

LXI. — *Sur la manière de rectifier les méthodes ordinaires d'approximation pour l'intégration des équations du mouvement des Planètes.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1783.)

LXII. — *Sur une méthode particulière d'approximation et d'interpolation.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1783.)

La question que Lagrange résout dans ce Mémoire est celle-ci:

une fonction inconnue $\varphi(x)$ d'une variable x étant définie par une certaine relation connue qu'elle a avec celle de ses transformées que l'on obtient en remplaçant x par la fonction connue $f(x)$, on propose, étant donnée la valeur que prend $\varphi(x)$ pour une certaine valeur de x, de trouver celle qu'elle acquiert pour une autre valeur de cette variable.

LXIII. — *Sur une nouvelle propriété du Centre de gravité.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1783.)

Lagrange trouve indirecte la méthode qu'on emploie ordinairement pour déterminer le centre de gravité, au moyen du théorème des moments. Il pense qu'il serait plus naturel de le déterminer au moyen du théorème suivant, dont il donne la démonstration :

« La somme des produits de chaque masse par le carré de sa distance à un point quelconque donné est égale au produit de la somme des masses par le carré de la distance de ce point au centre de gravité de toutes les masses, plus à la somme des produits des masses multipliées deux à deux entre elles et par le carré de leurs distances respectives, cette dernière somme étant divisée par la somme même des masses. »

LXIV. — *Méthode générale pour intégrer les équations aux différences partielles du premier ordre, lorsque ces différences ne sont que linéaires.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1785.)

« Si la naissance du Calcul intégral appartient au siècle dernier, il y a une branche importante de ce Calcul qui n'a été inventée qu'au milieu de celui-ci : c'est celle qui concerne les

équations aux différences partielles, c'est-à-dire les équations qui contiennent les différentielles d'une fonction de plusieurs variables, prises relativement à chacune de ces variables en particulier.

« Tous les Problèmes de Géométrie où l'on considère des surfaces, et tous ceux de Mécanique où l'on considère des corps ou flexibles ou fluides, dépendent de la Théorie de ces équations. Les solutions qu'on peut trouver indépendamment de cette Théorie sont nécessairement incomplètes ou hypothétiques; et si l'on est souvent obligé de se contenter de ces solutions limitées, c'est faute de pouvoir intégrer les équations aux différences partielles dans lesquelles les solutions générales et rigoureuses sont renfermées.

« La plupart des recherches analytiques qu'on a faites depuis vingt ans ont eu pour objet l'intégration de ce genre d'équations, et elles ont produit différentes méthodes plus ou moins générales et plus ou moins utiles. Une des plus étendues et des plus simples, tout à la fois, est, je crois, celle que j'ai donnée dans les *Mémoires de l'Académie de Berlin* pour l'année 1779 (¹), et qui apprend à intégrer toutes les équations aux différences partielles du premier ordre, dans lesquelles ces différences ne paraissent que sous la forme linéaire. Mais comme cette méthode n'y est exposée qu'en passant et presque sans démonstration, j'ai cru qu'il serait avantageux aux progrès du Calcul intégral de la présenter de nouveau de la manière la plus directe et avec toute la généralité dont elle est susceptible. C'est l'objet de ce Mémoire, qui contiendra aussi de nouvelles recherches sur le problème des trajectoires. »

(¹) C'est celui auquel nous avons donné le numéro LIV.

La méthode de Lagrange, pour l'intégration des équations linéaires aux différences partielles, a passé dans les cours; elle est donc suffisamment connue. Elle a simplement subi l'influence des notions apportées par Monge, mais qui n'ont aucunement trait aux procédés d'intégration.

LXV. — *Théorie géométrique du mouvement des aphélies des Planètes, pour servir d'addition aux principes de Newton.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1786.)

« La théorie du mouvement des aphélies est une des parties les plus importantes du Système du monde. Si les Planètes n'étaient soumises qu'à l'action du Soleil, leurs aphélies seraient immobiles; mais l'observation a montré que les aphélies changent de place, et il est naturel de regarder ce déplacement comme un effet de l'attraction mutuelle des Planètes. La détermination précise de cet effet est un Problème dont les difficultés n'ont pu être vaincues que dans ces derniers temps par le moyen d'une analyse aussi délicate que pénible. (Lagrange fait ici allusion à sa *Théorie des variations séculaires*.) Si cette analyse ne laisse rien à désirer pour la solution complète de la question, on peut néanmoins désirer encore une solution plus simple, plus à portée des Astronomes, une solution surtout du genre de celles des *Principes mathématiques*, et qui puisse servir de supplément à ce grand ouvrage. Un siècle s'est bientôt écoulé depuis qu'il a vu le jour, et un grand nombre d'Auteurs ont travaillé pour l'éclaircir et pour le compléter; mais il ne paraît pas que les parties qui ont en effet besoin d'être perfectionnées, l'aient encore été d'une manière propre à former un véritable Commentaire. Ce sont celles surtout qui traitent du mouvement des fluides et de

l'attraction mutuelle des Planètes, c'est-à-dire une partie du second Livre et presque tout le troisième, où l'on ne trouve plus cette rigueur et cette précision qui caractérisent le reste de l'ouvrage.

« Les problèmes que Newton n'avait pu résoudre avec les secours que son siècle et son génie lui avaient fournis, l'ont été ensuite en grande partie par les Géomètres de ce siècle; mais leurs solutions, fondées sur des principes différents et sur des analyses plus ou moins longues et compliquées, sont peu propres à servir de suite à un ouvrage qui brille surtout par l'élégance et la simplicité des démonstrations.

« Ce serait donc un travail très intéressant, de traduire, pour ainsi dire, ces mêmes solutions dans la langue des *Principes Mathématiques*, d'y ajouter celles qui manquent encore et de donner ainsi à la plus grande production de l'esprit humain la perfection dont elle est susceptible.

« Je n'aurai pas la témérité de me charger de ce travail; mon objet est simplement de préparer les matériaux pour un ouvrage dont l'exécution ferait peut-être autant d'honneur à notre siècle que l'Ouvrage même de Newton en a fait au siècle dernier.

« Il n'y a dans les *Principes Mathématiques* que deux endroits relatifs au mouvement des Aphélies. L'un est la proposition XLV du premier Livre, dans laquelle Newton donne une méthode générale de déterminer le mouvement des apsides dans les orbites décrites par une force tendante à un point fixe et proportionnelle à une fonction quelconque de la distance, lorsque ces orbites sont supposées presque circulaires; mais cette méthode ne s'applique point aux Planètes, parce que leurs forces pertubatrices ne sont point dirigées vers le Soleil, et ne sont point

exprimées par de simples fonctions de leurs distances à cet Astre.

« L'autre endroit est le scholie de la Proposition XIV du troisième Livre, où Newton avance sans démonstration que l'action réciproque des Planètes doit donner à leurs aphélies un mouvement direct en raison sesquiplée des distances moyennes, c'est-à-dire proportionnel aux temps périodiques. Cette loi est contredite par le calcul rigoureux des effets de l'attraction.

« L'Ouvrage de Newton contient cependant le germe d'une théorie exacte du mouvement des Aphélies. Ce germe se trouve dans le troisième Corollaire de la Proposition XVII du premier Livre, où l'auteur remarque que, si le corps se meut dans une section conique et qu'il soit dérangé de son orbite par une impulsion quelconque, on pourra connaître la nouvelle orbite dans laquelle il circulera ensuite, en composant le mouvement que ce corps a déjà avec le mouvement que cette impulsion seule lui aurait imprimé; car par ce moyen on aura le mouvement du corps, lorsqu'il part du lieu donné dans lequel il a reçu l'impulsion suivant une ligne droite donnée de position.

« Or, comme les éléments de la section conique, c'est-à-dire ses dimensions et sa position, ne dépendent que du mouvement que le corps a dans un lieu quelconque, il s'ensuit que l'effet de l'impulsion qui dérange le corps de son orbite ne consistera qu'à changer les éléments de cette orbite, et qu'on pourra toujours déterminer le changement par la Proposition dont il s'agit; et si les dérangements sont continuels, on aura les changements continuels des éléments par la même Proposition. »

LXVI. — *Sur la manière de rectifier deux endroits des Principes de Newton relatifs à la propagation du son et au*

mouvement des ondes. (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1786.)

« Parmi les différentes Théories que Newton a données dans le fameux ouvrage des *Principes Mathématiques*, les unes sont entièrement rigoureuses et ont toute la perfection dont elles sont susceptibles, les autres ne sont qu'approchées et laissent plus ou moins à désirer du côté de l'exactitude et de la généralité.

« A la première classe appartiennent les Propositions sur le mouvement des corps isolés et regardés comme des points, c'est-à-dire toutes celles du premier Livre et une partie de celles du second. On doit rapporter à la seconde classe les Propositions qui concernent la résistance et le mouvement des fluides, et surtout celles qui ont pour objet l'explication des phénomènes des marées, de la précession des équinoxes et des différentes inégalités du mouvement de la Lune.

« ..... Les sujets du système du monde, comme les plus importants, ont déjà été discutés avec tant de soin par les premiers Géomètres de ce siècle, qu'il paraît difficile d'ajouter quelque chose à leurs travaux, si ce n'est peut-être plus de facilité dans les procédés et de simplicité dans les résultats. La Théorie des fluides a été également l'objet de leurs recherches, et s'ils n'y ont pas fait des progrès aussi marqués, on doit l'attribuer uniquement aux grandes difficultés dont la matière est hérissée. Les lois générales du mouvement des fluides ont été découvertes et réduites à des équations analytiques, mais ces équations sont si composées par la nature même de la chose, que leur résolution complète sera peut-être toujours au-dessus des forces de l'analyse; et il n'y a guères que le cas des mouvements infiniment petits qui soit susceptible d'un calcul rigoureux.

« Heureusement les vibrations des particules de l'air dans la production du son, et celles des particules de l'eau dans la formation des ondes sont à peu près dans ce cas ; et par conséquent il est possible de déterminer les lois de ces vibrations d'une manière plus exacte que Newton ne l'a fait dans la section VIII du second livre des *Principes*. C'est ce que j'ai déjà fait ailleurs ; mais je me propose ici de faciliter aux commentateurs les moyens d'éclaircir et de corriger cet endroit, qui a été regardé jusqu'ici comme un des plus obscurs et des plus difficiles de l'Ouvrage de Newton. »

LXVII. — *Mémoire sur une question concernant les annuités.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, années 1792 et 1793.)

La question que se propose Lagrange est la suivante :

« On demande la valeur présente d'une annuité constituée sur une ou plusieurs têtes dont les âges sont donnés, à condition qu'elle ne commence à courir qu'après la mort d'une autre personne d'un âge donné, et qu'elle cesse aussitôt que toutes les personnes, sur lesquelles l'annuité est constituée, auront passé un âge donné. »

LXVIII. — *Mémoire sur l'expression du terme général des séries récurrentes, lorsque l'équation génératrice a des racines égales.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, années 1792 et 1793.)

LXIX. — *Mémoire sur les sphéroïdes elliptiques.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, années 1792 et 1793.)

LXX. — *Mémoire sur la méthode d'interpolation.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, années 1792 et 1793.)

LXXI. — *Mémoire sur l'équation séculaire de la Lune.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, années 1792 et 1793.)

LXXII. — *Mémoire sur une loi générale d'optique.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1803.)

« Mon *Mémoire sur la théorie des lunettes* contient des formules générales pour déterminer la route des rayons qui traversent un nombre quelconque de lentilles dont les foyers sont donnés.

« Ces formules donnent un résultat remarquable par sa simplicité et sa généralité, que je n'ai fait qu'indiquer dans le Mémoire que je viens de citer, et qui mérite particulièrement l'attention des savants, parce qu'il offre une loi aussi utile en Optique que la loi des vitesses virtuelles l'est en Mécanique. C'est ce que je vais développer dans ce nouveau Mémoire. »

TOME VI.

Les Mémoires contenus dans ce volume sont extraits des Recueils de l'Académie des Sciences de Paris et de la classe des Sciences Mathématiques et Physiques de l'Institut de France.

En voici l'énumération :

LXXIII. — *Recherches sur la libration de la Lune, dans lesquelles on tâche de résoudre la question proposée par l'Académie des Sciences pour le prix de l'année 1764.*

LXXIV. — Ce Mémoire a été refondu dans celui auquel nous avons donné le N° LVI.

LXXV. — *Recherches sur les inégalités des satellites de Jupiter, causées par leurs attractions mutuelles.*

Ce Mémoire, comme nous l'avons déjà dit, a disparu devant celui de Laplace sur la même question.

LXXVI. — *Essai sur le Problème des trois corps* (1772).

LXXVII. — *Sur l'équation séculaire de la Lune* (1774).

LXXVIII. — *Recherches sur la théorie des perturbations que les comètes peuvent éprouver par l'action des Planètes* (1778).

LXXIX. — *Recherches sur la manière de former des tables des Planètes d'après les seules observations* (1772).

LXXX. — *Lettre de Lagrange à Laplace relative à la théorie des inégalités séculaires des Planètes* (1772).

LXXXI. — *Recherches sur les équations séculaires des mouvements des nœuds, et des inclinaisons des orbites des Planètes* (1774).

Nous reviendrons plus loin sur ce Mémoire.

LXXXII. — *Mémoire sur la théorie des variations des éléments des Planètes, et en particulier des variations des grands axes de leurs orbites* (1808).

LXXXIII. — *Mémoire sur la théorie générale de la variation des constantes arbitraires dans tous les Problèmes de Dynamique* (1808).

LXXXIV. — *Second Mémoire sur la théorie de la variation des constantes arbitraires dans les problèmes de Mécanique, dans lequel on simplifie l'application des formules générales à ces problèmes* (1809).

TOME VII.

Pièces diverses non comprises dans les Recueils académiques.

LXXXV. — *Additions aux Éléments d'Algèbre d'Euler.*

Ces additions ont été écrites pour l'édition de 1798 de l'Ouvrage d'Euler, elles se rapportent à la partie de ce Traité qui concerne l'*Analyse indéterminée.*

« Les Géomètres du siècle passé se sont beaucoup occupés de l'Analyse indéterminée qu'on appelle vulgairement *Analyse de Diophante*; mais il n'y a proprement que Bachet et Fermat qui aient ajouté quelque chose à ce que Diophante lui-même nous a laissé sur cette matière.

« On doit surtout au premier une méthode complète pour résoudre en nombres entiers tous les Problèmes indéterminés du premier degré.

« Le second est l'auteur de quelques méthodes pour la résolution des équations indéterminées qui passent le second degré; de la méthode singulière par laquelle on démontre qu'il est impossible que la somme ou la différence de deux carrés-carrés puisse jamais être un carré ; de la solution d'un grand nombre

de Problèmes très difficiles, et de plusieurs beaux Théorèmes sur les nombres entiers, qu'il a laissés sans démonstration, mais dont la plupart ont été ensuite démontrés par Euler dans les *Commentaires de Pétersbourg*.

« Cette branche de l'Analyse a été presque abandonnée dans ce siècle, et, si l'on en excepte Euler, je ne connais personne qui s'y soit appliqué; mais les belles et nombreuses découvertes que ce grand Géomètre y a faites nous ont bien dédommagés de l'espèce d'indifférence que les autres Géomètres paraissent avoir eue jusqu'ici pour ces sortes de recherches. Les *Commentaires de Pétersbourg* sont pleins des travaux d'Euler dans ce genre, et l'Ouvrage qu'il vient de donner est un nouveau service qu'il rend aux amateurs de l'Analyse de Diophante. On n'en avait aucun où cette Science fût traitée d'une manière méthodique, et qui renfermât et expliquât clairement les principales règles connues jusqu'ici pour la solution des Problèmes indéterminés. L'Algèbre d'Euler réunit ce double avantage; mais pour la rendre encore plus complète, j'ai cru devoir y faire plusieurs additions dont je vais rendre compte en peu de mots.

« La théorie des fractions continues est une des plus utiles de l'Arithmétique, où elle sert à résoudre avec facilité des Problèmes qui, sans son secours, seraient presque intraitables; mais elle est d'un plus grand usage encore dans la solution des Problèmes indéterminés, lorsqu'on ne demande que des nombres entiers. Cette raison m'a engagé à exposer cette théorie avec toute l'étendue nécessaire pour la bien faire entendre..... je donne ensuite des applications nouvelles de cette théorie à l'Analyse indéterminée. Je détermine les minima qui peuvent avoir lieu dans les formules indéterminées à deux inconnues, surtout dans celles du

second ordre, et je démontre, relativement à celles-ci des propositions remarquables qui n'étaient pas connues, ou qui n'avaient pas encore été démontrées d'une manière générale et directe. On remarquera principalement une méthode particulière pour réduire en fractions continues les racines réelles des équations du second degré, et une démonstration rigoureuse que ces fractions doivent toujours être nécessairement périodiques.

« Les autres additions concernent la résolution des équations indéterminées. Bachet avait donné, en 1624, la résolution complète des équations indéterminées du premier degré. Celle des équations du second degré n'a paru qu'en 1769 (dans le Mémoire XIX de Lagrange). On la redonne ici simplifiée et généralisée de manière à ne rien laisser à désirer.

« A l'égard des équations indéterminées des degrés supérieurs au second, on n'a encore que des méthodes particulières pour les résoudre dans quelques cas, et il est à présumer que, pour ces sortes d'équations, la résolution générale devient impossible passé le second degré, comme elle paraît l'être passé le quatrième pour les équations déterminées.

« Enfin le dernier paragraphe renferme des recherches sur les fonctions qui ont la propriété que le produit de deux ou de plusieurs fonctions semblables est aussi une fonction semblable.... »

LXXXVI. — *Leçons élémentaires sur les Mathématiques, données à l'École Normale en 1795.* (Journal de l'Ecole Polytechnique, VII^e et VIII^e cahiers.)

Ces leçons ne sauraient être analysées, il faut les lire et les relire sans en perdre un mot. Ce sont des leçons élémentaires de Philosophie scientifique, la plus haute que l'on puisse rencontrer.

LXXXVII. — *Essai d'analyse numérique sur la transformation des fractions.* (Journal de l'École Polytechnique, Ve cahier.)

LXXXVIII. — *Sur le principe des vitesses virtuelles.* (Journal de l'École Polytechnique, Ve cahier.)

LXXXIX. — *Discours sur l'objet de la théorie des fonctions analytiques.* (Journal de l'École Polytechnique, VIe cahier.)

LXXXX. — *Solutions de quelques problèmes relatifs aux triangles sphériques, avec une analyse complète de ces triangles.* (Journal de l'École Polytechnique, VIe cahier.)

LXXXXI. — *Eclaircissement d'une difficulté singulière qui se rencontre dans le calcul de l'attraction des sphéroïdes très peu différents de la sphère.* (Journal de l'École Polytechnique, XVe cahier.)

LXXXXII. — *Compas de réduction pour la distance de la Lune aux Étoiles.* (Connaissance des Temps, 1795.)

LXXXXIII. — *Sur l'origine des Comètes.* (Connaissance des Temps, 1812.)

« ..... J'ai été curieux de rechercher quelle serait la force d'explosion nécessaire pour briser une Planète, de manière qu'un de ses morceaux pût devenir Comète.

« Le problème n'est pas difficile en lui-même, parce qu'on connaît depuis Newton la manière de déterminer les éléments de l'orbite que doit décrire un corps projeté avec une vitesse

donnée et suivant une direction donnée; mais il s'agit d'obtenir des formules qui donnent des résultats simples et généraux. »

LXXXXIV. — *Remarques sur la méthode des projections pour le calcul des éclipses de Soleil ou d'Étoiles.* (Connaissance des Temps, 1816.)

LXXXXV. — *Sur le calcul des éclipses sujettes aux parallaxes.* (Connaissance des Temps, 1815.)

LXXXXVI. — *Nouvelle méthode pour déterminer l'orbite des Comètes d'après les observations.* (Connaissance des Temps, 1818.)

LXXXXVII. — *Nouveau moyen de déterminer les longitudes de Jupiter et de Saturne au moyen d'une table à simple entrée.* (Éphémérides de Berlin, 1781.)

LXXXXVIII. — *Addition au Mémoire sur le calcul des éclipses sujettes aux parallaxes.*

LXXXXIX. — *Sur la diminution de l'obliquité de l'Écliptique.* (Éphémérides de Berlin, 1782.)

« M. Euler est le premier qui ait démontré la diminution de l'obliquité de l'Écliptique, en faisant voir que la rétrogradation des nœuds de l'orbite de la Terre, sur l'orbite de chacune des Planètes principales, causée par l'action de ces Planètes, doit nécessairement diminuer l'angle de l'Écliptique et de l'Équateur, du moins dans la disposition actuelle de ces orbites, dispo-

sition qui doit aussi changer à la longue par l'action mutuelle de toutes les Planètes. »

Euler avait, en effet, donné des résultats (*Mémoires de l'Académie de Berlin pour* 1754) mais sans démonstrations, il trouvait 47″ 1/2 pour la diminution séculaire. Les données dont il s'était servi, empruntées à Newton, n'étaient pas assez approchées.

« La démonstration que M. Euler a supprimée a été restituée par M. de Lalande », qui est d'abord arrivé à peu près au même résultat qu'Euler, mais qui trouva depuis 1′ 28″ 11 ; la masse de Vénus ayant paru devoir être sensiblement augmentée, à la suite des observations faites lors du passage de 1761.

« Tel était l'état de ce Problème important d'Astronomie physique lorsque j'ai entrepris, il y a cinq ans, de le résoudre avec toute la rigueur et la généralité dont il est susceptible, ne me bornant pas, ainsi qu'on l'avait fait avant moi, à donner les formules différentielles qui n'expriment que les variations instantanées, mais en intégrant ces formules pour avoir des résultats applicables à tous les temps, intégration qui avait jusqu'alors échappé aux efforts des Géomètres. Mes Recherches sur ce sujet sont imprimées parmi les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris* pour l'année 1774. C'est à servir d'éclaircissement et de supplément au même Recueil qu'est destiné le présent Mémoire. »

C. — *Sur les interpolations.* (Éphémérides de Berlin, 1783.)

CI. — *Valeurs des variations annuelles des éléments des orbites des Planètes.* (Éphémérides de Berlin, 1786.)

CII. — *Équations pour la détermination des éléments de l'orbite d'une Planète ou d'une Comète, au moyen de trois observations peu éloignées.* (Éphémérides de Berlin, 1786.)

CIII. — *Essai d'Arithmétique politique sur les premiers besoins de l'intérieur de la République.* (An IV.)

CIV. — *Lettre de Lagrange à Fagnano.*

CV. — *Note sur un Paradoxe qu'on rencontre dans les formules de l'attraction d'un point vers une surface sphérique quelconque.*

« Voici en quoi consiste le paradoxe. Soit cherchée l'attraction d'une surface sphérique sur un point placé sur la surface même, dans le cas des forces en raison inverse des carrés des distances. Si l'on commence par considérer le point au-delà de la surface, et que, ayant trouvé l'expression générale de son attraction on fasse ensuite évanouir la distance de ce point à la surface, on aura 4π pour l'attraction. Au contraire, si le point est d'abord supposé au dedans de la surface, son attraction se trouve toujours égale à zéro, d'où elle reste encore nulle quand le point vient toucher la surface même. Que si l'on veut d'abord regarder le point comme placé sur la surface, on obtient pour lors la formule de son attraction $= 2\pi$ ..... Je dis que cette différence dépend du point de la surface (qui coïncide avec le point attiré) qui exerce une force finie égale à 2π, lorsqu'on fait évanouir leur distance. »

Cette force change naturellement de signe lorsque le point attiré change de sens par rapport à la surface et il en résulte les

trois valeurs

$$2\pi + 2\pi, \quad 2\pi - 2\pi \quad \text{et} \quad 2\pi.$$

CVI. — *Note sur la Métaphysique du Calcul infinitésimal.* (Mémoires de Turin, 1760-1761.)

CVII. — *Formules relatives au mouvement du boulet dans l'intérieur du canon.*

TOME VIII.

Ce volume contient le *Traité de la Résolution des équations numériques de tous les degrés*, *avec des Notes sur plusieurs points de la Théorie des équations algébriques.*

Le Mémoire sur la résolution des équations numériques et les additions qui y avaient été faites d'abord, se trouvent déjà dans le Tome II des Œuvres de Lagrange. Le tout est reproduit ici, mais suivi des notes que Lagrange y ajouta successivement dans deux éditions de 1798 et de 1808.

Nous n'avons pas à revenir ici sur la partie principale de l'Ouvrage.

Quant aux notes qui y sont ajoutées elles ne sont pas toutes nouvelles, en ce que les questions auxquelles elles se rapportent avaient déjà été traitées par Lagrange dans d'autres Mémoires, dont nous avons rendu compte, autant que nous le pouvions.

La principale de ces notes est la dernière, où Lagrange parvient à la résolution algébrique complète des équations binômes de tous les degrés, en se fondant sur un théorème de Fermat démontré par Euler et sur une idée due à Gauss.

TOME IX.

Théorie des Fonctions analytiques, contenant les principes du Calcul différentiel dégagés de toute considération d'infiniment petits, d'évanouissants, de limites et de fluxions, et réduits à l'analyse algébrique des Quantités finies.

« L'objet de cet Ouvrage, dit Lagrange, est de donner la théorie des fonctions, considérées comme primitives et dérivées, de résoudre par cette théorie les principaux problèmes d'Analyse, de Géométrie et de Mécanique qu'on fait dépendre du Calcul différentiel, et de donner par là à la solution de ces problèmes toute la rigueur des démonstrations des Anciens. »

La première édition de la Théorie des Fonctions analytiques est de 1797, la seconde, un peu plus étendue, est de 1813.

TOME X.

Leçons sur le Calcul des Fonctions.

Ces leçons « destinées à servir de Commentaire et de Supplément à la première partie de la *Théorie des Fonctions analytiques* offrent un cours d'Analyse sur cette partie du calcul qu'on nomme communément *infinitésimale* ou *transcendante* et qui n'est proprement que le calcul des Fonctions. »

Professées à l'École Polytechnique en 1799, elles ont été publiées d'abord en 1801, dans les *Séances des Écoles Normales*, puis en 1804, dans le *Journal de l'École Polytechnique*, enfin, en 1806, en un volume séparé.

TOMES XI et XII.

Mécanique Analytique.

TOMES XIII et suivants.

Correspondance de Lagrange.

WATT (JAMES).

[Né à Greenock (Écosse) en 1736, mort à Heathfield en 1819.]

Il doit être mis au nombre des hommes qui ont fait le plus d'honneur à l'humanité. Son bisaïeul, cultivateur établi dans le comté d'Aberdeen, périt durant les guerres religieuses qui ont ensanglanté l'Ecosse; son grand-père, Thomas Watt, dépossédé par le parti vainqueur, fut recueilli par des parents éloignés et parvint à se faire par l'étude une position indépendante. Il s'établit à Greenock, pour y enseigner les Mathématiques, et mourut à quatre-vingt-douze ans, après avoir exercé longtemps la magistrature dans le bourg de Crawfords-Dyke. Son père, James Watt, trésorier du conseil municipal de Greenock et magistrat de la ville, était à la fois fournisseur d'appareils et instruments nécessaires à la navigation, entrepreneur de bâtisses et négociant. Il mourut à quatre-vingt-quatre ans,

James Watt, quoiqu'il ait fourni lui-même une longue carrière, était né avec une santé assez délicate pour que ses parents dussent fréquemment interrompre les leçons qu'il recevait à l'école primaire publique de Greenock et le laissassent le plus souvent s'oc-

cuper à la maison, selon ses goûts, de la construction de petites machines, de dessins géométriques, etc. Sa tante lui dit un jour avec impatience : « James, je n'ai jamais vu un jeune homme plus paresseux que vous ; prenez donc un livre et occupez-vous utilement. Voilà plus d'une heure que vous n'avez articulé un seul mot. Savez-vous ce que vous avez fait pendant tout ce temps-là ? Vous avez ôté, remis et ôté encore le couvercle de la théière ; vous avez regardé sortir la vapeur et recueilli les gouttes d'eau qu'elle formait dans la cuiller. N'est-ce pas une honte que d'employer ainsi son temps ? » Mais son père trouvait, au contraire, plaisir à le voir s'enfoncer dans ses muettes méditations et ne permettait pas qu'on l'en fît sortir malgré lui.

La vive imagination de l'enfant s'exerçait de toutes les manières. Une note rédigée, en 1798, par M^me^ Marion Campbell, sa cousine et sa compagne d'enfance, en fournit un précieux témoignage. Sa mère ayant été obligée de le confier à une amie durant une absence de quelques semaines, cette amie le lui rendit en lui disant : « Chaque nuit, quand l'heure du coucher approche, votre fils trouve toujours le moyen de faire quelque conte qui en amène un second, puis un troisième, et ces contes ont tant de charme, que les heures succèdent aux heures sans que nous nous en apercevions. »

Son père continuait de le laisser se diriger lui-même, et sa dévorante activité intellectuelle s'attaquait à tous les sujets d'étude : Botanique, Minéralogie, Géologie, Physique, Chimie, Médecine, Chirurgie, Histoire, Poésie et érudition. Mais quelques revers de fortune qui vinrent frapper sa famille le firent renoncer à ses douces habitudes de savant *farniente*. Pour ne pas rester à charge à son père, il alla, en 1755, se placer à Londres, chez un habile

constructeur d'instruments de Mathématiques, à qui il ne tarda pas à rendre d'importants services.

Au bout d'une année, il s'était déjà rendu maître de tous les secrets du métier qu'il venait d'embrasser et songea à s'établir lui-même à Glascow constructeur d'instruments de précision. L'université de cette ville lui accorda le titre de son ingénieur et disposa en sa faveur d'un petit local, où elle lui permit d'établir une boutique, d'où sortirent bientôt des appareils de physique et de mathématiques d'un travail exquis, dont quelques-uns sont aujourd'hui conservés comme des reliques.

Adam Smith, Black et Robert Simson, qui avaient protégé ses débuts, devinrent bientôt ses amis et se réunissaient chez lui pour s'y entretenir de projets d'études et de travaux scientifiques. Robison, qui était alors élève à l'université de Glascow, raconte ainsi les succès flatteurs qu'obtenait le jeune ouvrier ingénieur : « Quoique élève encore, j'avais la vanité de me croire assez avancé dans la Mécanique et la Physique; mais lorsqu'on me présenta à Watt, je ne fus pas médiocrement mortifié en voyant à quel point le jeune ouvrier m'était supérieur. Dès que, dans l'université, une difficulté nous arrêtait, nous courions chez notre artiste. Chaque question soulevée devenait pour lui un sujet d'études et de découvertes. Jamais il ne lâchait prise avant d'être parvenu à une solution complète. Un jour il apprenait l'allemand pour pouvoir tirer profit de l'ouvrage de Léopold sur les machines; un autre jour l'italien pour un motif analogue... La simplicité du jeune ingénieur lui attirait la bienveillance de tous ceux qui le voyaient. Il me serait même impossible de citer un second exemple d'un attachement aussi sincère et aussi général accordé à une personne. »

Ce sont ses fonctions d'ingénieur de l'université de Glascow qui amenèrent Watt à s'occuper des perfectionnements à introduire dans la construction de la machine à vapeur. Le cabinet de Physique de l'université contenait de la machine de Newcomen un petit modèle qui n'avait jamais bien fonctionné. Watt, chargé de le mettre en état, reconnut bien vite les vices énormes de cette machine et entreprit aussitôt les grandes recherches qui ont immortalisé son nom.

Dans la machine de Newcomen, le même vase faisait successivement fonction de chaudière, de corps de pompe et de réfrigérant la dépense en combustible était énorme et le jeu du piston extrêmement lent. Watt commença par séparer le cylindre, où le piston devait se mouvoir, de la chaudière, d'une part, et du condenseur de l'autre. Il ne fut plus dès lors nécessaire d'interrompre à chaque instant l'action du feu, et le cylindre put rester constamment chaud. Bientôt la machine mit elle-même en jeu les pompes destinées, l'une à épuiser l'air du condenseur, la seconde à y envoyer l'eau froide, la troisième à en retirer l'eau nécessaire à l'alimentation de la chaudière. Les communications entre la chaudière et le corps de pompe d'une part, le corps de pompe et le condenseur de l'autre, furent établies et supprimées alternativement par le jeu de soupapes mues par la machine elle-même et d'un modèle parfait. Enfin la tige du piston put se mouvoir en ligne droite au moyen de l'ingénieuse invention du parallélogramme articulé.

Dans les machines atmosphériques, la pression de l'air était la véritable force mouvante de la machine, la vapeur introduite dans le bas du corps de pompe ne servait qu'à faire équilibre à la pression atmosphérique et à rendre libre l'action des contre-poids

pour faire remonter le piston. Le corps de pompe devait donc rester ouvert à sa partie supérieure; mais l'air, en s'y précipitant derrière le piston, le refroidissait. Pour éviter cet inconvénient, Watt ferma le cylindre à ses deux bouts, substitua l'action de la vapeur à celle de l'air sur la face supérieure du piston, la partie inférieure du corps de pompe étant alors en communication avec le condenseur, et, pour ramener les conditions du mouvement ascensionnel, remplaça l'équilibre de l'air et de la vapeur, sur les deux faces du piston, par celui de la vapeur elle-même, en mettant en communication les deux parties du corps de pompe par le jeu de la soupape d'équilibre. C'étaient trois inventions en une seule. En même temps, il enveloppa le cylindre d'une chemise de vapeur, préservée elle-même du contact de l'air par un lattis en bois.

Tous les perfectionnements dont nous venons de parler n'étaient encore qu'en projet, ou du moins n'étaient réalisés que dans un modèle de laboratoire. Watt ne trouva qu'en 1767 les moyens de les exécuter en grand. Il s'associa avec le docteur Roëbuck, à qui il céda les deux tiers de ses droits, et put voir s'achever sa première machine. Elle répondit à son attente; mais la fortune de son associé était déjà compromise, et de nouveaux revers vinrent achever de briser les espérances de l'inventeur. De 1767 à 1774, Watt s'occupa de divers projets de canaux; en 1774, il fut mis en relation avec un manufacturier de Birmingham, M. Boulton, et devint peu après son associé. Les deux amis obtinrent du Parlement une prolongation du privilège accordé en 1769 et créèrent à Soho les ateliers d'où sont sorties les puissantes machines dites de Cornouailles, qui réalisaient les plans antérieurement formés par Watt. Ces machines, à simple

effet, admirablement appropriées aux services qu'elles devaient rendre, sont peut-être celles qui font le plus d'honneur à Watt. Il est inouï, en effet, que jamais projet ait été porté de prime abord à un pareil degré de perfection. Les machines de Cornouailles, presque abandonnées aujourd'hui à cause de leur lenteur et de leur immensité, sont, de toutes les machines connues, celles dont le rendement, 80 pour 100, est le plus considérable. Les deux associés recevaient pour redevance le tiers du prix du charbon dont leurs machines, comparées à celles de Newcomen, procuraient l'économie pour la même quantité de travail. Les bénéfices étaient énormes, et les acquéreurs de ses pompes suscitèrent à Watt une infinité de procès pour chercher à s'affranchir du payement des redevances qu'ils avaient souscrites. Heureusement, le bon droit triompha.

Si l'on compare la grossière pompe de Newcomen aux admirables machines de Cornouailles et qu'on se rende compte du chemin déjà parcouru, on s'étonnera que Watt ne se soit pas arrêté après avoir obtenu d'aussi grands résultats. Cependant, dès 1776, il conçoit le plan de la machine à double effet, destinée à communiquer à un arbre un mouvement continu de rotation ; il substitue aux soupapes d'admission et d'exhaustion le tiroir relié à l'arbre par un excentrique et une manivelle. Quant à la soupape d'équilibre, elle se trouvait naturellement supprimée. Il arme l'arbre d'un volant destiné à uniformiser le mouvement de la machine et adapte au conduit destiné à amener la vapeur le régulateur à force centrifuge. Enfin, en 1782, il prend un brevet pour l'invention de la détente.

« Il est, dit Arago, peu d'inventions, grandes ou petites, parmi celles dont les machines à vapeur offrent l'admirable réunion,

qui ne soient le développement d'une des premières idées de Watt. Suivez ses travaux, vous le verrez proposer des machines sans condensation, où la vapeur, après avoir agi, se perd dans l'atmosphère, pour les localités où l'on se procurerait difficilement de grandes quantités d'eau froide. La détente à opérer dans des machines à plusieurs cylindres figurera aussi parmi les projets de l'ingénieur de Soho. Il suggérera l'idée des pistons parfaitement étanches, quoique composés exclusivement de pièces métalliques. C'est encore Watt qui recourra le premier à des manomètres à mercure pour apprécier l'élasticité de la vapeur dans la chaudière et dans le condenseur; qui imaginera une jauge simple et permanente, à l'aide de laquelle on connaîtra toujours et d'un coup d'œil le niveau de l'eau dans la chaudière ; qui, pour empêcher que ce niveau ne puisse varier d'une manière fâcheuse, liera les mouvements de la pompe alimentaire à ceux d'un flotteur; qui, au besoin, établira sur une ouverture du couvercle du principal cylindre de la machine un indicateur destiné à fournir la mesure du travail moteur transmis par la machine, etc. »

Nous avons rapidement indiqué les principaux perfectionnements apportés par Watt à la machine à vapeur; mais son activité s'est appliquée à un grand nombre d'autres recherches. Un jour, il invente la presse à copier, pour laquelle il prend un brevet en 1780; il imagine le chauffage à la vapeur en 1783; la même année, le 26 avril, il donne à Priestley, son ami, l'explication de sa fameuse expérience sur la combinaison de l'oxygène et de l'hydrogène. « Quels sont, lui écrit-il, les produits de votre expérience? De l'eau, de la lumière, de la chaleur. Ne sommes-nous pas, dès lors, autorisés à en conclure que l'eau est un com-

posé des deux gaz, oxygène et hydrogène, privés d'une partie de leur chaleur latente ou élémentaire; que l'oxygène est de l'eau privée de son hydrogène, mais uni à de la chaleur et à de la lumière latentes? » Cette idée fut d'abord traitée d'absurde à la Société Royale.

Enfin, Watt introduisit en Angleterre le blanchissage au chlore, d'après la méthode de Berthollet.

Il a très peu écrit; on a cependant de lui quelques Mémoires insérés dans le recueil de la Société Royale de Londres et dans celui de l'Académie des Sciences de Paris.

Watt avait épousé, en 1764, sa cousine, miss Miller, dont l'esprit distingué et le caractère élevé le soutinrent dans ses premières luttes contre les obstacles que lui suscitait l'esprit de routine. Elle mourut en couches de son troisième enfant. Après quelques années de veuvage, il eut le bonheur de trouver une seconde compagne, miss Mac-Gregor, également digne de lui. Il se retira complètement des affaires en 1800, pour jouir des douceurs de la vie patriarcale. « Les qualités du cœur, dit Arago, étaient chez lui encore au-dessus des mérites du savant. Une candeur enfantine, la plus grande simplicité de manières, l'amour de la justice poussé jusqu'au scrupule, une inépuisable bienveillance, ont laissé de lui, en Écosse et en Angleterre, des souvenirs ineffaçables. » Sa mémoire était prodigieuse et son érudition immense. Voici le portrait qu'a tracé de lui Walter Scott, dans la préface de son *Monastère* :

« Watt n'était pas seulement le savant le plus profond, celui qui, avec le plus de succès, avait tiré de certaines combinaisons de nombres et de forces des applications usuelles; il n'occupait pas seulement un des premiers rangs parmi ceux qui se font remar-

quer par la généralité de leur instruction; il était encore le meilleur, le plus aimable des hommes. La seule fois que je l'aie rencontré, il était entouré d'une petite réunion de littérateurs du Nord; là, je vis et j'entendis ce que je ne verrai et n'entendrai plus jamais. Dans la quatre-vingt-unième année de son âge, ce vieillard alerte, aimable, bienveillant, prenait un vif intérêt à toutes les questions; sa science était à la disposition de qui la réclamait. Il répandait les trésors de ses talents et de son imagination sur tous les sujets. Parmi les gentlemen se trouva un profond philologue; Watt discuta avec lui sur l'origine de l'alphabet comme s'il eût été le contemporain de Cadmus. Un célèbre critique s'étant mis de la partie, vous eussiez dit que le vieillard avait consacré sa vie tout entière à l'étude des belles-lettres et de l'économie politique. Il serait superflu de mentionner les Sciences, c'était sa carrière brillante et spéciale; cependant, quand il parla avec notre compatriote Jedediah Cleisbotham, vous auriez juré qu'il avait été le contemporain de Claverhouse et de Burley, des persécuteurs et des persécutés; il aurait fait, en vérité, le dénombrement exact des coups de fusil que les dragons tirèrent sur les convenantaires fugitifs. Nous découvrîmes enfin qu'aucun roman du plus léger renom ne lui avait échappé, et que la passion de l'illustre savant pour ce genre d'ouvrages était aussi vive que celle qu'ils inspirent aux jeunes modistes de dix-huit ans. » Watt, du reste, dans sa vieillesse, était un charmant conteur et méritait souvent les reproches que l'amie de sa mère lui avait déjà adressés, lorsqu'il n'avait encore que huit à dix ans, de faire oublier à ses auditeurs l'heure du sommeil.

A soixante-dix-sept ans, n'ayant pas de Gil Blas près de lui

pour l'avertir de l'instant où il commencerait à baisser, il imagina un moyen tout nouveau de s'assurer qu'il était resté encore intact; il se mit à apprendre l'anglo-saxon, et les facilités qu'il rencontra dans cette étude le tranquillisèrent pour quelque temps.

A quatre-vingt-trois ans, il fit construire l'espèce de compas de réduction qu'on a, dans ces derniers temps, réinventé à l'usage des sculpteurs, et au moyen duquel on reproduit, avec l'exactitude la plus rigoureuse, une infinité d'exemplaires des chefs-d'œuvre de la statuaire. Il présenta son projet comme un faible essai d'un jeune artiste de quatre-vingt-trois ans.

Watt fut enterré à côté de l'église de Heathfield, près de Birmingham; ses enfants lui firent élever un magnifique monument gothique, orné d'une admirable statue en marbre représentant fidèlement les traits du noble vieillard. Une seconde statue de l'illustre ingénieur, également en marbre, décore l'une des salles de l'université de Glascow; une troisième lui a été élevée à Greenock; une quatrième, en bronze, domine la place George, à Glascow; enfin une cinquième, en marbre de Carrare, chef-d'œuvre de Chantrey, le représente dans le Panthéon anglais, à Westminster.

GALVANI (LOUIS).

(Né à Bologne en 1737, mort en 1798.)

Il obtint la chaire d'Anatomie à l'Université de Bologne, après avoir soutenu une thèse remarquable sur la formation des os.

Le hasard le mit, en 1786, sur la voie où ses successeurs ont

rencontré tant et de si belles découvertes : des grenouilles écorchées, destinées à faire du bouillon pour sa femme atteinte d'une maladie de poitrine, étaient étalées sur une table de son laboratoire, près d'une machine électrique, lorsqu'un élève toucha avec une pince les nerfs cruraux d'une des grenouilles. Aussitôt tous les membres de l'animal furent agités de fortes convulsions.

Galvani recommença nombre de fois l'expérience et en donna une théorie, qui, pour n'être pas exacte, n'en attira pas moins le vif intérêt des savants.

Lors de l'établissement de la République Cisalpine, Galvani, froissé dans ses opinions religieuses, refusa le serment et ne répondit même pas à un acte du gouvernement qui lui rendait sa place sans conditions.

Il se retira chez un de ses frères, où il mourut.

PARMENTIER (ANTOINE-AUGUSTIN).

(Né à Montdidier en 1737, mort à Paris le 17 décembre 1813.)

Sa mère, devenue veuve de bonne heure et chargée de deux autres enfants en bas âge, ne put lui faire donner qu'une instruction incomplète. Il entra à dix-huit ans chez un apothicaire de Montdidier pour y faire son apprentissage, et se plaça l'année suivante, à Paris, chez un de ses parents qui exerçait la même profession. Il obtint en 1757 une place d'aide-pharmacien à l'armée du Hanovre et s'y fit remarquer de Bayen et de Chamousset, de qui il apprit, dit Cuvier, deux choses également ignorées de ceux pour qui ce serait le plus un devoir de les con-

naître : l'étendue, la variété des misères auxquelles il serait encore possible de soustraire les peuples, si l'on s'occupait plus sérieusement de leur bien-être, et le nombre et la puissance des ressources que la nature offrirait contre tant de fléaux, si l'on voulait en répandre et en encourager l'étude.

A la paix, en 1763, Parmentier revint à Paris et y reprit les études relatives à sa profession. Il obtint au concours, en 1766, une place d'apothicaire adjoint aux Invalides, et fut nommé pharmacien en chef de cet établissement en 1772; mais les sœurs de charité, qui avaient eu jusque-là la libre administration de la pharmacie, ne trouvèrent pas leur compte à la tutelle qu'on leur imposait et firent tant de tapage qu'il fallut prendre un parti. L'administration décida que Parmentier continuerait à jouir de son traitement, mais ne remplirait plus ses fonctions.

La première occasion que rencontra Parmentier de produire ses idées en public lui fut offerte en 1771. La disette de 1769 avait profondément ému les esprits; l'Académie de Besançon proposa comme sujet de prix d'*Indiquer les végétaux qui pourraient suppléer en temps de disette à ceux qu'on emploie communément à la nourriture des hommes.* Parmentier indiqua des moyens nouveaux d'extraire l'amidon de racines et de semences jusque-là sans emploi et remporta le prix. Mais il s'aperçut bientôt que les mesures qu'il avait indiquées lors du concours n'avaient rien de pratique, et c'est alors qu'il entreprit sa célèbre campagne en faveur de la propagation de la culture des pommes de terre. Ce précieux végétal, transporté du Pérou en Europe au commencement du XVI^e^ siècle, était très répandu en Allemagne, en Suisse, ainsi qu'en Irlande; Turgot avait essayé de le pro-

pager dans le Limousin et l'Angoumois, mais les préventions publiques opposaient un obstacle presque insurmontable ; le contrôleur général se vit obligé de demander à la Faculté de Médecine un avis qui pût rassurer les esprits. Parmentier publia d'abord, sur le tubercule prétendu dangereux, une analyse chimique où il montrait qu'aucun de ses éléments ne saurait être nuisible; puis, sachant combien il est difficile de lutter contre la routine, il pensa que, pour la battre en brèche, il lui fallait une haute protection; cette protection, il la rencontra dans Louis XVI lui-même. Comme il se proposait, avant tout, de frapper l'imagination des Parisiens, il sollicita et obtint du monarque, pour l'essai qu'il méditait, 50 arpents de la plaine des Sablons. Ces sables stériles furent labourés pour la première fois par les soins de Parmentier, qui leur confia la plante qu'il voulait réhabiliter. Emerveillé de son succès, Parmentier cueillit un bouquet de ces précieuses fleurs et courut à Versailles le présenter au monarque. Louis XVI accepta l'offrande avec bienveillance, et, malgré les sourires moqueurs de quelques-uns des courtisans qui l'entouraient, il en para la boutonnière de son habit.

De ce moment, la cause de la pomme de terre fut gagnée. Les grands seigneurs et les dames, qui jusqu'alors avaient beaucoup ri de ce qu'ils appelaient la folie du bonhomme, s'empressèrent d'imiter l'exemple de Louis XVI et d'adresser leurs félicitations au modeste philanthrope. Des gardes placés autour des champs excitaient la curiosité et l'avidité de la foule; mais ces gardes n'exerçaient leur surveillance que pendant le jour. Bientôt on vint annoncer à Parmentier que ses pommes de terre avaient été volées pendant la nuit. A cette nouvelle, il ne se sentit pas de

joie et récompensa largement celui qui la lui avait apportée. Il ne voyait dans ce vol qu'un nouveau genre de succès. « Si l'on vole la pomme de terre, se dit-il, c'est qu'il n'existe plus de préjugé contre elle. » Peu de temps après, il donna un grand repas où, parmi les notabilités de l'époque, assistèrent Franklin et Lavoisier. Le tubercule de la plaine des Sablons, préparé sous toutes les formes, y fournit seul la substance de tous les mets. Les liqueurs mêmes en étaient extraites. C'est ainsi que, grâce aux généreux efforts d'un seul homme, la France vit la pomme de terre se placer à un rang honorable parmi les richesses agricoles.

Pendant quarante ans, il ne se lassa pas de la recommander dans une foule de brochures, dans les journaux et dans les revues. Il eut à la longue le bonheur de réussir, et ce fut une des joies de sa vieillesse.

Au reste, ce n'est pas là le seul service qu'il ait rendu : il avait étudié avec soin non seulement la culture des principales plantes pouvant remplacer le blé, telles que le maïs, la châtaigne, etc., mais encore les procédés de panification. C'est à lui que sont dus les derniers perfectionnements apportés à la mouture et au blutage du blé dont on n'extrayait que très incomplètement la farine, sauf à en faire manger le son aux hommes dans un grand nombre de localités. C'est lui aussi qui a propagé l'usage du sirop de raisin, lequel a rendu tant de services pendant les guerres de la République et de l'Empire; qui améliora la confection des soupes économiques, des biscuits pour les marins, etc. C'est encore lui qui rassura le public sur la salubrité des eaux de la Seine, lors de l'établissement de la pompe à feu de Chaillot; il contribua aussi à la propagation de la vaccine; il rétablit l'ordre

dans le service de la pharmacie des hôpitaux de Paris, pour lesquels il rédigea le *Code pharmaceutique* (Paris, 1802, in-8°); il surveillait la boulangerie centrale des établissements de charité et dirigeait encore l'hospice des Ménages.

On doit à Parmentier de nombreux écrits remplis de détails intéressants, mais d'un style diffus, et dépourvus d'ordre méthodique. Nous citerons, entre autres : *Examen chimique des pommes de terre* (Paris, 1773); le *Parfait boulanger* (1777, in-8°); *Traité de la châtaigne* (1780, 2 vol. in-8°); *Recherche sur les végétaux nourrissants qui, dans les temps de disette, peuvent remplacer les aliments ordinaires* (1781, in-8°); *Méthode facile de conserver à peu de frais les grains et les farines* (1784, in-8°); *Avis sur la manière de traiter les grains et d'en faire du pain* (1787, in-4°); *Traité sur la culture et les usages des pommes de terre, de la patate et des topinambours* (1789, in-8°); *Économie rurale et domestique* (1790, 8 vol. in-18); *Avis sur la préparation et la forme à donner au biscuit de mer* (1795); l'*Art de faire les eaux-de-vie et les vinaigres* (1801); *Traité sur l'art de fabriquer les sirops et conserves de raisin* (1810); le *Maïs sous tous ses rapports* (1812), etc. Outre ces publications sur l'alimentation du peuple et de nombreux articles insérés dans divers recueils et journaux, on a de lui une traduction avec notes des *Récréations physiques* de Model et une édition de la *Chimie hydraulique* de Lagaraye.

GUYTON DE MORVEAU (LOUIS-BERNARD).

(Né à Dijon en 1737, mort en 1816.)

D'abord avocat-général au Parlement de Dijon, il ne tarda pas à résigner ses fonctions pour se livrer entièrement à l'étude de la Chimie, qu'il professait déjà publiquement et gratuitement, avant d'abandonner sa charge.

Il publia en 1772 des *Digressions académiques* sur le phlogistique et la cristallisation.

Il fit pratiquer, en 1776, dans la cathédrale de Dijon et dans les prisons de la ville des fumigations acides pour neutraliser les miasmes contagieux.

Il se démit de sa charge en 1782 et publia, cette année même, dans le *Journal de Physique*, son plan de nomenclature, qu'il refondit en 1787 avec l'aide de Lavoisier, Fourcroy et Berthollet.

Il publia en 1786 le premier volume du *Dictionnaire de Chimie.*

Envoyé à l'Assemblée législative, en 1791, par le département de la Côte-d'Or, puis à la Convention en 1792, il vota la mort de Louis XVI et devint membre du Comité de Salut public, où il rendit de grands services pour l'organisation des moyens de défense.

Il entra à l'Institut lors de sa formation, en 1796, et fut l'un des fondateurs de l'École Polytechnique où il professa la Chimie et dont il devint Directeur.

Ce fut sur son rapport que le Gouvernement décida l'emploi des aérostats en campagne.

Voici les titres de ses principaux ouvrages : *Combustion du*

diamant; Ciments propres à bâtir sous l'eau; Affinités et composition des sels; Composition de certains gaz; Pyromètre; Découverte d'un minerai composé uniquement de magnésie et d'acide carbonique; Éléments de Chimie théorique et pratique; Nomenclature chimique.

HERSCHEL (GUILLAUME).

(Né à Hanovre en 1738, mort en 1822.)

Il était fils d'un musicien, et lui-même, dans sa jeunesse, entra dans la musique du régiment des gardes hanovriennes, où il jouait du hautbois, puis il fut professeur de Musique et organiste dans différentes villes.

Il se rendit en Angleterre en 1757, résida quelques années dans le comté de Durham, ensuite à Halifax, puis fut appelé à Bath comme directeur de la musique à la chapelle Octogone. Il jouissait alors d'une grande aisance.

S'étant essayé, en 1774, à construire un télescope, et y ayant assez bien réussi pour pouvoir apercevoir Saturne, il en prit un goût marqué pour les observations astronomiques, auxquelles il s'adonna ensuite tout entier à partir de sa brillante découverte d'Uranus, en 1781. Cette découverte lui valut une grande réputation et la faveur du roi Georges III, qui l'appela à Selough, près de Windsor, et le mit en état de se livrer, sans autres préoccupations, à ses études favorites.

L'Université d'Oxford lui conféra le grade, tout honorifique, de docteur ès lois, la Société royale astronomique le choisit pour

président; enfin, il fut élu membre correspondant de l'Institut de France. Son principal ouvrage est le *Catalogue d'étoiles* qu'il dressa en collaboration avec sa sœur, miss Caroline Herschel; il a publié, en outre, de 1782 à 1818, un grand nombre de mémoires dans le *Recueil de la Société royale de Londres.*

Nous allons passer en revue ses principales découvertes.

Ses premiers télescopes avaient déjà une supériorité marquée sur tous ceux qu'on avait employés avant lui; mais il parvint plus tard à en construire de bien plus parfaits et qui produisaient un grossissement inouï jusqu'alors. Un perfectionnement important qu'il apporta à la construction de ces appareils fut de disposer le miroir, par rapport à l'objet et à l'observateur, de façon à éviter la déperdition d'une partie considérable des rayons lumineux. Grégory et Newton employaient, comme on sait, deux réflecteurs, l'un de grande dimension, au foyer duquel se formait l'image, l'autre, plus petit, dont l'office était de renvoyer cette image à l'observateur; ce second miroir, nécessairement placé entre le grand réflecteur et l'objet, interceptait une partie notable des rayons; d'ailleurs, la seconde image, obtenue par deux réflexions successives, se trouvait trop affaiblie. Herschel imagina d'incliner un peu le grand miroir, de façon que l'observateur, placé un peu de côté à l'extrémité supérieure du tube, pût la recevoir directement, sans cependant s'interposer entre l'objet et le réflecteur.

Le miroir du grand télescope d'Herschel avait $1^{m},47$ de diamètre et pesait 1000^{kg}; la distance focale était de 12^{m}. Le grossissement, qu'Herschel n'a, du reste, pu déterminer bien exactement, était évalué par lui à 6000. L'appareil, monté sur un châssis à roulettes, pouvait être orienté tout d'une pièce par le

moyen d'un treuil. Un système complet de mâts, de poulies et de cordages servait à donner à l'énorme tube une inclinaison et une direction convenables. On conçoit que des moyens si grands et si nouveaux devaient faciliter de nombreuses découvertes. Celle d'Uranus est aujourd'hui le moindre titre de gloire d'Herschel; elle était, du reste, inévitable, et le nouveau télescope n'y était pas nécessaire : l'astre présentant l'aspect d'une étoile de cinquième grandeur, les grands travaux entrepris pour la rédaction des nouveaux catalogues n'auraient pas pu la laisser échapper. Il est remarquable, au reste, que la nouvelle planète avait déjà été observée plusieurs fois, comme simple étoile fixe, par Flamsteed en 1690, par Mayer en 1756, et par Lemonnier en 1765. Comme elle emploie quatre-vingt-quatre ans à faire le tour du ciel, son mouvement presque imperceptible ne pouvait que difficilement la déceler. Aussi n'est-ce pas ce mouvement qui la fit connaître : Herschel, qui l'avait aperçue par hasard en passant la revue du ciel, ne s'y arrêta que parce qu'elle lui parut présenter un diamètre sensible. En l'observant plusieurs jours de suite, il lui reconnut aisément un petit mouvement; mais on était alors si éloigné de penser à la découverte de planètes nouvelles, qu'Herschel ne vit d'abord dans Uranus qu'une comète exceptionnellement dépourvue de nébulosité.

Herschel aborda, dès 1782, des recherches d'un genre entièrement neuf, qu'il a continuées depuis avec succès, et qui formèrent le point de départ de ce qu'on a appelé l'*Astronomie stellaire*. Certaines étoiles, observées à son puissant télescope, se décomposaient en deux, trois, etc. A cette époque, on n'avait pas encore imaginé de faire descendre les étoiles de leur dignité d'astres fixes; mais les positions relatives de deux étoiles assez voisines pour

paraître confondues, lorsqu'on observait avec de bonnes lunettes, pouvaient s'intervertir ou du moins subir quelques variations durant une révolution annuelle de la terre. Herschel espérait trouver dans l'observation des étoiles multiples un moyen de déterminer leurs parallaxes annuelles. Mais l'observation attentive des groupes qu'elles forment lui a révélé ce fait bien plus important et auquel on était loin de s'attendre, que, pour un grand nombre de ces groupes, les étoiles qui les composent ont, les unes par rapport aux autres, des mouvements assimilables à ceux des planètes par rapport au soleil, et qui paraissent comme ceux-ci dus à la gravitation. Les observations plus modernes n'ont fait que confirmer sous ce rapport les idées d'Herschel.

La première nébuleuse dont il ait été question fut signalée, en 1612, par Simon Marius; Huyghens en découvrit une autre en 1656, dans la constellation d'Orion; Halley n'en connaissait que six; Lacaille et Messier en portèrent le nombre à 96; Herschel en découvrit à lui seul plus de 2,500, qu'il distingue en nébuleuses résolubles et nébuleuses non résolubles. Ces dernières lui paraissaient formées de matière cométaire, et il pensait que c'est cette matière qui, en se condensant, forme à la longue les étoiles elles-mêmes. L'examen attentif du ciel permet, en effet, de reconnaître, parmi certaines nébuleuses, des étoiles pour ainsi dire en voie de formation : on y distingue quelques points brillants, nageant dans une atmosphère lumineuse formée de matière cosmique.

Une longue observation de la voie lactée avait suggéré à Herschel une idée que divers astronomes ont adoptée depuis : il supposait que toutes les étoiles sont répandues dans l'espace de manière à s'éloigner assez peu d'un plan et à former une couche que

nous ne voyons que par sa tranche, notre soleil s'y trouvant lui-même plongé. Les étoiles les plus éloignées en apparence de la voie lactée en feraient partie comme les autres; mais ce seraient celles entre lesquelles notre soleil serait immédiatement compris, et que, pour cette raison, nous verrions dans toutes les directions.

Toutes ces théories, quoique contestables, ont cependant été généralement admises. Mais il nous reste à mentionner en l'honneur d'Herschel des découvertes plus positives.

Uranus a six satellites qu'Herschel découvrit le premier et dont il détermina les révolutions et les orbites. Les plans de ces orbites sont presque perpendiculaires à celui de l'écliptique; c'était un fait encore sans exemple.

On ne connaissait alors que cinq des huit satellites de Saturne; Herschel découvrit les deux plus voisins de l'anneau, et fixa les durées des révolutions de cet anneau et de la planète elle-même.

L'observation des taches de Mars lui permit de fixer la durée de sa révolution à 24^h40^m, et l'inclinaison du plan de son équateur sur celui de son orbite à $28°42'$. Cette inclinaison, comparable à l'obliquité de l'écliptique sur notre équateur, devait faire supposer dans Mars des saisons analogues aux nôtres; et, en effet, Herschel reconnut aux deux pôles de la planète des taches blanches analogues à celles que doivent former nos glaces polaires, et variables de grandeur avec l'inclinaison sous laquelle elles reçoivent les rayons solaires.

C'est encore à Herschel qu'on doit la détermination de l'aplatissement de Jupiter, $\frac{1}{17}$; la durée de sa rotation, dix heures à peu près; l'inclinaison de son équateur sur le plan de son orbite, 2° à 3°.

Herschel déterminait les diamètres des planètes par une méthode ingénieuse, mais qui eût exigé la connaissance exacte du

grossissement de son télescope; toutefois cette méthode pouvait donner au moins les rapports des diamètres entre eux. Voici en quoi elle consiste : tandis qu'il observait d'un œil l'image de la planète, il faisait porter en avant de l'autre un petit disque en papier blanc, que l'aide approchait ou éloignait jusqu'à ce que les deux diamètres parussent de même grandeur. Le quotient du diamètre du disque par la distance devait donner la mesure de l'angle formé à l'œil, ou le diamètre apparent du disque, par conséquent celui de l'image agrandie de la planète. C'est ainsi qu'Herschel a mesuré les diamètres de Cérès et de Pallas, lors de la découverte de ces deux planètes, en 1801. Les valeurs qu'il obtint ont été trouvées plus tard plus exactes que celles qu'avaient données d'autres astronomes, Olbers entre autres.

En s'élevant graduellement du simple état d'artiste exécutant au rang de membre et de correspondant des plus illustres sociétés scientifiques de l'Europe, Herschel avait voulu refaire lui-même entièrement son éducation scientifique et y avait complètement réussi, si l'on en juge par la traduction qu'il donna du *Calcul différentiel* de Lacroix. Il s'intéressait, au reste, très vivement aux progrès de toutes les Sciences, et la Physique lui est redevable d'une découverte toute aussi importante et bien plus inattendue que celles dont il a enrichi l'Astronomie : c'est celle des rayons du spectre solaire, qu'on a depuis désignés sous le nom d'*infra-rouges*. Il cherchait, à l'aide d'un thermoscope, à évaluer le pouvoir échauffant des rayons inégalement réfrangibles qui forment le spectre solaire, et avait reconnu que ce pouvoir va en augmentant du violet au rouge. C'était déjà un fait fort intéressant; mais quel ne fut pas l'étonnement du monde savant d'apprendre que le thermomètre, placé au delà du rouge, indiquait un flux de cha-

leur plus abondant qu'à l'intérieur du spectre lui-même ! Il existait donc, dans un faisceau de lumière solaire, des rayons invisibles, moins réfrangibles que les rayons rouges; et l'action calorique du faisceau était principalement due à la présence de ces rayons. Le fait parut d'abord tellement incroyable, que quelques savants se permirent d'inqualifiables attaques contre l'auteur d'une si belle découverte. On sait qu'on a depuis trouvé au-delà du violet d'autres rayons également invisibles, sans chaleur sensible, mais qui conservent l'activité chimique.

Les brillantes découvertes d'Herschel en Astronomie ne le mettent certainement pas au niveau des Hipparque, des Copernic, des Kepler, des Newton, ni même à la hauteur des Ptolémée, des Tycho, des Lacaille, des Delambre; mais il serait injuste de ne voir dans cet homme éminent qu'un observateur heureux et habile : il fallait du génie pour combiner comme il l'a fait les moyens d'observation et agrandir à un tel point les facultés de nos organes.

LA FOLLIE (LOUIS-GUILLAUME DE).

(Né à Rouen en 1739, mort en 1780).

Il s'occupa utilement avec Dambourney à perfectionner l'art de la teinture. Il fixa sur le fil la couleur *rouge des Indes*, et inventa pour la teinture sur laine un mordant qui porte encore le nom d'*apprêt de la Follie.* Il proposa au Gouvernement un vernis pour préserver de l'action corrosive de l'eau de mer le cuivre employé au doublage des vaisseaux.

LEXELL.

(Né en 1740, mort en 1784.)

Il a publié dans les Actes de Saint-Pétersbourg une étude intéressante de la courbe lieu des sommets des triangles sphériques de même aire et de même base; il a étendu aux hyperboles de même axe transverse le théorème de Lambert sur les ellipses qui ont même grand axe; enfin il a donné une solution élégante du problème d'inscrire dans un cercle un triangle dont les côtés passent par trois points donnés.

WENZEL (CHARLES-FRÉDÉRIC).

(Né à Dresde en 1740, mort à Freyberg en 1793.)

Fils d'un pauvre relieur de Dresde, il quitta sa famille à l'âge de quinze ans pour aller étudier en Hollande. Il entra comme élève chez un pharmacien d'Amsterdam, où il étudia la Médecine en même temps que la Pharmacie. Il fut admis comme chirurgien dans la marine hollandaise et y resta jusqu'en 1776. Il se fixa alors momentanément à Dresde, où il exerça la Médecine, en même temps qu'il faisait des cours de Chimie. L'électeur de Saxe l'appela à sa cour en 1780, en qualité de premier médecin, d'abord, et ensuite de directeur des mines de Freyberg.

C'est Wenzel qui a établi définitivement la loi des proportions définies, qui porte son nom à juste titre. L'ouvrage où il démontre cette loi est intitulé : *Leçons sur l'affinité des corps* (Dresde, 1777).

On sait que lorsqu'on mélange deux sels solubles tels que, par l'échange de leurs bases ou de leurs acides, ils puissent former deux autres sels, dont l'un soit insoluble, la réaction se fait immédiatement. Or Wenzel démontre que les éléments des deux sels primitifs se retrouvent en entier dans les deux sels qui résultent de la double décomposition. Pour expliquer le fait, il fit des expériences directes, celle-ci entre autres : 123 parties de chaux ou 222 parties de potasse saturent ou neutralisent 246 parties d'acide nitrique; mais si l'on cherche la quantité d'acide sulfurique qui sature les 123 parties de chaux, on trouve qu'elle est la même que celle qui sature les 222 parties de potasse. Inversement les quantités d'acide sulfurique et d'acide nitrique qui saturent une même quantité d'une base quelconque satureront aussi des quantités égales de toute autre base.

Nous avons dit que Geoffroy, Homberg et Bergmann avaient déjà antérieurement pressenti ces lois : Richter, professeur à Berlin, compléta la théorie de Wenzel et l'étendit considérablement. Il donna la première *table d'équivalents.*

« Les observations de Wenzel et de Richter, dit M. Dumas, sur la constance des rapports suivant lesquels se remplacent les bases dans leurs combinaisons avec les acides, et les acides dans leurs combinaisons avec les bases, et sur la constance des rapports suivant lesquels les métaux se substituent les uns aux autres, étaient du plus haut intérêt. On pourrait donc croire que ces résultats frappèrent immédiatement tous les chimistes; il n'en fut cependant rien. »

DE SAUSSURE (HORACE-BÉNÉDICT).

(Né à Genève en 1740, mort dans la même ville en 1799.)

La chaire de Philosophie à l'Académie de Genève étant devenue vacante en 1762, Saussure l'obtint, quoiqu'il n'eût encore que vingt-deux ans. Il l'occupa avec distinction pendant vingt-quatre années. Cependant, son attention se porta particulièrement sur la Physique, la Météorologie, la Botanique et la Géologie. En 1768, Saussure vint à Paris et y suivit les cours de Jussieu. Il visita ensuite la Belgique, la Hollande et l'Angleterre. En 1772, il partit pour l'Italie, visita la Toscane, s'arrêta quelque temps aux mines de fer de l'île d'Elbe et se rendit ensuite à Naples, où Hamilton monta avec lui sur le Vésuve. A Catane, la vue majestueuse de l'Etna lui inspira le désir d'atteindre sa plus haute cime, dont il fixa la hauteur, au moyen du baromètre, à 3,338 mètres. Dans toutes ces courses, ainsi que dans toutes celles qu'il fit ensuite dans les Alpes, on le voyait, le marteau à la main, à la recherche de quelque observation intéressante concernant la Minéralogie ou la Botanique. Cette dernière Science, surtout, eut pour lui un attrait particulier. « Au milieu de ses voyages dans les Alpes, dit Cuvier, sur les cimes les plus escarpées, parmi ces méditations profondes, qui embrassaient tout ce que la nature nous présente de plus imposant sur le globe, il recueillait avec soin la moindre fleur et la notait dans son livre avec complaisance. Il semblait trouver quelque douceur à la vue de ces derniers êtres vivants, dans le voisinage des immenses ruines de la nature. C'est par la Botanique qu'il a terminé ses écrits, comme elle les avait commencés. »

Saussure traversa quatorze fois les Alpes par huit passages différents, et fit plus de seize autres excursions jusqu'au centre de cette chaîne, dont il poursuivait ensuite les ramifications dans toutes les directions. Mais, il n'avait pu encore gravir ce mont Blanc qu'il voyait chaque jour de sa fenêtre à Genève. Dix fois, il l'avait en quelque sorte attaqué par toutes les vallées qui y aboutissent; il en avait fait le tour, il l'avait examiné du sommet des montagnes voisines et l'avait toujours trouvé inaccessible. Enfin, il apprit, le 18 août 1787, que deux habitants de Chamounix, en suivant le chemin le plus direct, celui que divers préjugés avaient fait éviter, venaient de s'élever la veille à cette cime qu'aucun homme n'avait encore atteinte.

Le 21 juillet 1788, Saussure opéra l'ascension de cette montagne et arriva à la cime vers le milieu de la troisième journée. Il se livra alors avec un grand sang-froid aux expériences qu'il avait projetées, bien que, à cette hauteur de 4810 mètres, la rareté de l'air lui accélérât le pouls comme dans une fièvre ardente, qu'une soif cruelle l'étreignît à la gorge et que la neige l'éblouit en répercutant la lumière. Il confirma, sur la cime du mont Blanc, ce qu'il avait déjà observé, dès 1774, en montant le premier au sommet du Cramont, que tous les sommets pyramidaux des monts voisins penchent et s'inclinent vers le mont Blanc.

Quelques jours après avoir escaladé le mont Blanc, il parvint avec son fils aîné sur le col du Géant, élevé de 3426 mètres, et y campa au milieu de la neige pendant dix-sept jours, pour y faire des observations météorologiques qu'il consigna dans ses *Voyages dans les Alpes*. Il parvint aussi, en 1789, sur la cime la plus élevée du mont Rose.

Saussure se démit, en 1786, de sa chaire de Philosophie à Genève. Frappé d'une attaque de paralysie en 1794, il ne lui fut plus possible de parler en public. Il était président de la Société des Arts, de Genève, qui s'était formée dans sa maison vers 1772; membre des Académies de Naples, de Stockholm, de Lyon, de la Société médicale de Paris, etc.

Saussure a rendu de grands services à la Science, non seulement par ses travaux, mais encore par les divers instruments utiles et ingénieux qu'il améliora ou dont il fut l'inventeur, l'anémomètre, l'électromètre, l'hygromètre, etc.

« Des expériences de Saussure, on vit sortir, dit Cuvier, une science presque nouvelle et la Météorologie commença à entrevoir des principes raisonnables. »

Il observa le premier la singulière propriété des infusoires de se multiplier par segmentation. Mais c'est surtout par ses recherches géologiques qu'il a acquis de la célébrité.

« C'était à lui, dit Cuvier, qu'il était réservé de porter le premier un œil vraiment observateur sur ces ceintures hérissées qui entourent le globe, et où les substances qui composent le noyau de notre planète se montrent au physicien; de faire connaître avec détail la nature de ces substances, leur ordre, ou plutôt le désordre qu'y ont mis les catastrophes qui les ont ainsi entassées; de jeter enfin quelque lumière sur les événements qui ont précédé l'état actuel du monde, et sur lesquels on n'avait presque avant lui que les idées les plus vagues ou les systèmes les plus hasardés... Pour mieux saisir l'importance de ce qu'a fait Saussure en ce genre, il faut se rappeler l'état où se trouvait la théorie de la Terre. On peut dire qu'avant lui on se doutait à peine qu'il y eût quelque constance dans la disposition mutuelle des sub-

stances minérales, et que l'on n'avait sur les causes de leur arrangement que des hypothèses gratuites. Buffon même, dans ses premiers volumes (les seuls qui eussent paru alors), confondait encore les divers ordres de montagnes et semblait croire toutes leurs couches horizontales. Deluc, Pallas et quelques minéralogistes suédois et allemands ne faisaient que commencer des observations plus suivies et n'avaient jusque-là tiré aucun résultat général de ce qu'ils avaient vu... La connaissance des pierres ou la Lithologie était encore confuse et fausse; Saussure entreprit de lui donner de la rigueur, et il le fit avec un succès que Romé-Delille et Werner ont eu peine à surpasser. On lui doit la connaissance de plus de quinze espèces de minéraux... Il a constaté que le granit est la roche primitive par excellence, celle qui sert de base à toutes les autres; il a démontré qu'elle s'est formée par couches, par cristallisations dans un liquide, et que si ces couches sont aujourd'hui presque toutes redressées, c'est à une révolution postérieure qu'elles doivent leur position. Il a montré que les couches des montagnes latérales sont toujours inclinées vers la chaîne centrale, vers la chaîne de granit; qu'elles lui présentent leurs escarpements comme si leurs couches se fussent brisées sur elle... Il a fait voir qu'entre les montagnes de différents ordres il y a toujours des amas de fragments, de pierres roulées, et tous les indices de mouvements violents. Enfin, il a développé l'ordre admirable qui entretient et renouvelle dans les glaces des hautes montagnes les réservoirs nécessaires à la production des grands fleuves. S'il eût donné un peu plus d'attention aux pétrifications et à leurs gisements, on peut dire qu'on lui devrait presque toutes les bases qu'a obtenues jusqu'ici la Géologie... Il faut avoir bien du courage pour résister à

la tentation de faire un système : de Saussure eut ce courage, et nous en ferons le dernier trait et le trait principal de son éloge. »

Voici la liste de ses ouvrages :

Dissertatio physica de igne (1759, in-4); *Recherches sur l'écorce des feuilles et des pétales* (1762, in-12); *De præcipuis errorum nostrarum causis* (1762, in-4); *Dissertatio physica de electricitate* (1766, in-8); *Exposition abrégée de l'utilité des conducteurs électriques* (1771, in-4); *De aqua* (1771, in-8); *Projet de réforme pour le collège de Genève* (1774, in-8); *Description des effets électriques observés à Naples, dans la maison de milord Tilney* (in-4); *Voyages dans les Alpes* (1779-1796, 4 vol. in-4, figures), dont le premier volume parut en 1779, le second en 1786 et les deux derniers en 1796. C'est le plus grand et le plus important ouvrage de l'auteur. Citons encore : *Eloge de Seigneux* (1787, in-8); *Eloge historique de Ch. Bonnet* (1787, in-8); *Eloge du roi de Prusse* (1787, in-8); *Essai sur l'hygrométrie* (1783, in-4); *Relation abrégée d'un voyage à la cime du mont Blanc* (1787, in-8); *Défense de l'hygromètre à cheveu* (1788, in-8). Saussure a publié, en outre, dans les journaux et les mémoires des sociétés savantes dont il était membre, dans le *Journal de physique,* dans le *Journal de Paris*, le *Journal des mines*, la *Bibliothèque britannique,* etc., une foule d'écrits dont plusieurs sont des traités complets. On distingue, entre autres, ceux qui roulent sur la *Constitution physique de l'Italie,* sur l'*Histoire physique du ballon lancé à Lyon le* 19 *janvier* 1784, sur l'*Usage du chalumeau en minéralogie*, etc.

BRONGNIART (ANTOINE-LOUIS).

(Né à Paris vers 1740, mort en 1804.)

Après avoir vécu pendant quelque temps de leçons particulières de Physique et de Chimie, il fut nommé professeur de Chimie appliquée au collège de Pharmacie, apothicaire de Louis XVI, pharmacien militaire, pendant les guerres de la Révolution, enfin professeur au muséum d'Histoire naturelle.

Le principal de ses ouvrages est intitulé : *Tableau analytique des combinaisons et des décompositions de différentes substances* (1778).

SIGAUD-LAFOND (JOSEPH-AIGNAN).

(Né à Bourges en 1740, mort à Bourges en 1810.

Son père était horloger ; il fut reçu maître en Chirurgie en 1770 ; il s'adonna à l'art des accouchements, où il acquit une grande réputation.

Il s'occupait depuis longtemps déjà de Physique et avait remplacé Nollet au collège Louis-le-Grand en 1760. Il reconnut avec Macquer que le produit de la combustion de l'hydrogène est de l'eau. La Convention lui avait fait une pension de 3000 francs. Il fit partie de l'Institut en 1796, comme membre associé.

BAYLY.

(Né vers 1740, mort en 1810.)

Il fut chargé, en 1769, par la Société Royale de Londres,

d'aller observer au cap Nord le passage de Vénus sur le Soleil, mission dont il s'acquitta utilement pour la Science, il prit ensuite part à plusieurs expéditions scientifiques. Il accompagna, notamment, Cook dans son voyage aux terres australes, en 1772, et en rapporta des observations astronomiques qui ont été publiées à Londres.

MONTGOLFIER (JOSEPH-MICHEL).

[Né à Vidalon-lez-Annonay (Ardèche) en 1740, mort en 1810

ET

MONTGOLFIER (JACQUES-ÉTIENNE).

(Né à Vidalon-lez-Annonay en 1745, mort en 1799.)

Leur père exploitait une manufacture de papiers, qu'il avait étendue et perfectionnée et dont il vivait à l'aise au milieu de ses neuf enfants, de plusieurs parents et de ses ouvriers. Tous ses enfants montrèrent du goût pour les Sciences, principalement pour la Mécanique; mais deux d'entre eux seulement ont laissé un souvenir durable. Ce sont Joseph-Michel et Jacques-Étienne, qui, associés dans presque toutes leurs recherches, ne pourraient que difficilement être séparés par l'Histoire.

Joseph, d'un caractère très doux et très modeste, mais très indépendant, très mobile et très enthousiaste, fit au collège d'Annonay d'assez mauvaises études, à la fin desquelles il rentra dans la maison paternelle pour s'associer aux travaux de la manufacture. Mais son esprit avide de nouveautés lui faisait voir sur tous les points la possibilité de perfectionnements rarement approuvés par son père. Voulant jouir de plus de liberté, il alla

fonder dans l'Isère la manufacture de papiers de Voiron, en société avec son frère Augustin.

Cette entreprise ne paraît pas avoir été bien prospère : Joseph non seulement n'attendait généralement pas, pour faire des innovations, que l'expérience eût pu l'éclairer sur les avantages des nouveaux procédés que son esprit inventif lui suggérait; mais il se laissait à chaque instant détourner de l'objet de son commerce par des vues et des projets qui n'y avaient plus aucun rapport; il était du reste assez confiant et assez peu habile pour qu'un de ses débiteurs ait pu un instant en imposer aux juges pour le faire emprisonner à sa place.

Son mariage, en 1770, rétablit ses affaires et ramena l'ordre dans sa maison, dont il put laisser la direction à sa femme, se réservant seulement la vente des produits. Les fréquents voyages qu'il faisait dans ce but et toujours à pied lui permettaient de donner libre carrière à son imagination et de s'abandonner à ses rêveries méditatives.

Montgolfier avait imaginé pour l'imprimerie les planches stéréotypes, dont les Didot ne firent usage que bien postérieurement pour leurs tables de Callet; il avait formé le plan d'une pompe à feu d'un nouveau genre, etc. Mais l'hydraulique et la navigation aérienne revenaient sans cesse dans ses préoccupations.

Secondé par son frère Étienne, il se livrait avec ardeur à la poursuite de sa chimère, lorsqu'une expérience vulgaire vint lui indiquer la voie qui devait le conduire au but désiré. La vue d'une chemise, que l'on chauffait au-dessus de la flamme, qui se gonflait et tendait à s'élever, fut l'occasion de sa découverte.

Après une première expérience faite à Avignon par Joseph,

sur un parallélépipède de taffetas, les deux frères parvinrent à enlever un ballon de grandeur médiocre, puis un autre un peu plus grand. Les états particuliers du Vivarais s'assemblaient alors à Annonay; les deux frères saisirent cette occasion pour répéter publiquement leur expérience. Elle réussit à souhait et les états consignèrent dans leur procès-verbal, le 5 juin 1783, cette découverte dont l'honneur devait rejaillir sur la province. Les journaux répétèrent à l'envi la nouvelle, qui fit bientôt le sujet de toutes les conversations. Montgolfier fut mandé à Paris; c'est Étienne qui répondit à l'appel; il s'était occupé de Mathématiques, puis d'architecture sous la direction de Soufflot et avait fini par aller diriger la manufacture de papiers de son père. Tout en faisant prospérer son établissement, il se livrait à des recherches utiles, inventait des machines nouvelles, des procédés plus simples, devinait le secret du papier vélin, etc. Il vint rendre compte à l'Académie des Sciences des moyens que son frère et lui avaient employés. L'Académie, sur le rapport de ses commissaires, jugea que « la découverte était complète quant à ses effets en général »; elle plaça, le 20 août 1783, par acclamation, les deux frères sur la liste de ses correspondants et leur accorda, « comme à des savants auxquels on doit un art nouveau, qui fera époque dans l'Histoire des Sciences humaines », le prix de 600 livres, fondé pour l'encouragement des Sciences et des Arts. Étienne, qui avait été mandé à la cour, fit enlever à Versailles, devant le roi, le 19 septembre 1783, un immense aérostat qui monta à 240 toises et alla s'abattre dans le bois de Vaucresson. Très satisfait de cette expérience, Louis XVI donna à Étienne le cordon de Saint-Michel et des lettres de noblesse pour son père. Quant à Joseph, il eut une pension et 40,000 livres pour de nouvelles recherches

sur les moyens de diriger les aérostats, qu'on appela alors montgolfières. La même année, les états du Languedoc votèrent la somme nécessaire pour élever à Annonay un monument commémoratif de la découverte.

Le gouvernement voulut faire les frais des expériences qui devaient être poursuivies à Paris. En même temps, Joseph, cédant aux vœux des habitants de Lyon, leur offrait le spectacle d'un aérostat de 126 pieds de hauteur sur 102 de diamètre, et s'aventurait avec Pilâtre de Rozier, dans cette montgolfière libre, le 19 janvier 1784.

Après avoir tenté diverses recherches pour satisfaire au vœu de l'Académie touchant la direction à donner aux aérostats, Joseph Montgolfier s'occupa de son bélier hydraulique qui, par la singularité des lois de son fonctionnement, devait aussi attirer forcément l'attention.

L'Académie adopta unanimement le rapport fait par Charles, au nom du jury des prix décennaux, qui plaçait le bélier hydraulique « au premier rang des inventions utiles dont la Mécanique s'était enrichie depuis douze ans ».

Joseph Montgolfier quitta les affaires, à la Révolution, pour se rendre à Paris, où il fut nommé administrateur du Conservatoire des Arts et Métiers, puis membre de l'Institut (1807) et chevalier de la Légion d'honneur.

CHAULNES (MARIE-JOSEPH D'ALBERT D'AILLY, DUC DE).

(Né en 1741, mort en 1793.)

Fils de Michel Ferdinand, il indiqua l'usage de l'alcali volatil pour rappeler à la vie les asphyxiés par l'acide carbonique. Il en

fit l'expérience sur lui-même, en s'asphyxiant par la vapeur du charbon, après avoir donné à ses serviteurs les instructions nécessaires pour le ranimer.

BOECKMANN (JEAN-LAURENT).

(Né à Lübeck en 1741, mort en 1802.)

Professeur de Mathématiques et de Physique au Gymnase académique de Carlsruhe. Il propagea activement l'instruction dans le pays de Bade. On a de lui, entre autres ouvrages : *Premiers éléments de Mécanique* (1769); *Physique descriptive* (1775).

PALLAS (PIERRE-SIMON).

(Né à Berlin le 22 septembre 1741, mort à Berlin le 8 septembre 1811.)

Son père, qui était professeur de Chirurgie au collège de Berlin, le destinait à la Médecine, mais il lui fit d'abord apprendre les langues vivantes. Pallas, qui conserva toute sa vie un goût particulier pour ce dernier genre d'études, a rendu plus tard de grands services en faisant connaître en Europe un grand nombre de dialectes mongols et caucasiques.

Après avoir suivi à Berlin les cours de Gleditsch, de Meckel et de Roloff, et à Gœttingue ceux de Rœdern et de Vogel, il alla terminer ses études de Médecine à Leyde, sous Albinus Gaubius et Musschenbroeck. Les belles collections rassemblées en Hollande lui révélèrent sa vocation de naturaliste. Il publia dès 1766, à La Haye, un *Elenchus zoophytorum* (tableau des zoophytes) et des *Miscellanea zoologica,* où le monde savant reconnut avec

surprise, dans un auteur de vingt-cinq ans, les mérites des maîtres formés par de longues études : la sagacité et la patiente exactitude. Dans son *Elenchus zoophytorum*, il se prononçait, avec un rare bonheur, pour toutes les théories nouvelles que l'étude plus attentive des faits a depuis consacrées d'une manière définitive. Il rejetait la division arbitraire des êtres naturels en trois règnes, enseignait que les plantes ne forment qu'une des classes du règne organique, comme les quadrupèdes, les poissons, les insectes et les mollusques en forment d'autres, et repoussait l'idée systématique d'une échelle unique des êtres vivants. Dans ses *Miscellanea zoologica,* il jetait un jour tout nouveau sur la classe entière des animaux sans vertèbres, repoussait pour ces animaux le moyen de division fondé sur la présence ou l'absence d'une coquille et établissait un nouvel ordre fondé sur les analogies et les différences de leur structure.

Ces deux ouvrages lui avaient fait une grande réputation en Europe. L'impératrice Catherine II voulait se l'attacher; elle lui fit offrir une place à l'Académie de Saint-Pétersbourg. Pallas accepta et mit toute son activité au service de la Russie, durant quarante ans, de 1768 à 1809. La première expédition à laquelle il prit part fut celle qu'avait organisée l'impératrice pour aller observer en Sibérie le passage, attendu en 1769, de Vénus sur le soleil. Pallas y fut associé comme naturaliste, et ses goûts le portèrent à joindre, à la mission dont il était chargé, des études sur les langues et les mœurs des habitants des contrées qu'il avait à visiter. La commission était composée de sept astronomes, de cinq naturalistes et de plusieurs élèves; elle partit au mois de juin 1768. Elle devait se diviser en route, chacun ayant sa mission particulière. Pallas passa l'hiver à Simbirsk, sur le Volga,

descendit le Jaik au printemps suivant et visita les bords de la mer Caspienne. Ses observations lui permirent d'affirmer que cette mer avait eu autrefois une étendue bien plus considérable. Il visita ensuite les mines de l'Oural et hiverna à Tobolsk. Il en repartit en 1772 pour visiter les monts Altaï et leurs mines, qu'il pense avoir été exploitées autrefois par les ancêtres des Hongrois. Il atteignit, en 1773, les confins nord de la Chine, revint par le Caucase et rentra à Saint-Pétersbourg en 1774.

Les récits intéressants de ce long et pénible voyage font partie des publications de l'Académie de Saint-Pétersbourg.

Pallas revint accablé de toutes sortes de maux; ses compagnons, encore plus maltraités, ne vécurent même pas assez pour pouvoir publier eux-mêmes leurs observations; c'est lui qui prit soin de leur rendre ce dernier devoir.

Les fruits de cette longue exploration de contrées alors totalement inconnues furent considérables. Pallas avait profondément observé la terre, les plantes, les animaux et les hommes; il put faire l'histoire complète du musc, du glouton, de la zibeline et de l'ours blanc, histoire si bien faite, dit Cuvier, que l'on peut dire qu'aucun quadrupède n'est mieux connu que ceux-là. Les rongeurs lui fournirent la matière d'un volume entier, tant il en avait découvert d'espèces. Leur histoire, leur anatomie y étaient traitées avec cette richesse dont Buffon et Daubenton avaient seuls donné l'exemple avant lui; il rapportait les découvertes d'un solipède compris entre l'âne et le cheval et d'une nouvelle espèce de chat sauvage; des notions plus étendues sur l'âne dont la queue fournit les étendards des pachas turcs; les descriptions d'une infinité d'oiseaux, de reptiles, de poissons, de mollusques, de vers et de zoophytes qu'aucun naturaliste n'avait encore pu

observer de manière à les classer exactement; les éléments d'une flore toute nouvelle pour les Occidentaux, mais surtout une théorie féconde des révolutions du globe. Une considération attentive des deux grandes chaînes de montagnes de la Sibérie lui fit apercevoir cette règle générale, qui s'est vérifiée ensuite partout, de la succession des trois ordres primitifs de montagnes : les granitiques au milieu, les schisteuses à leurs côtés, et les calcaires en dehors. On peut dire que ce grand fait, nettement exprimé en 1777, dans un mémoire lu à l'Académie, a donné naissance à toute la nouvelle Géologie. La découverte, presque incroyable alors, d'un rhinocéros trouvé gelé avec sa peau et sa chair et celle d'une masse énorme de fer, à laquelle Pallas ne craignit pas d'attribuer une origine céleste, ajoutèrent encore un nouvel intérêt à une relation déjà si pleine de faits importants.

Nous avons déjà dit que Pallas rapporta de ses voyages une monographie complète de la race mongole; c'est à lui qu'on doit en Europe la connaissance du lamisme et de ses rites.

L'impératrice Catherine le combla à son retour de faveurs de toutes sortes et lui confia l'éducation du grand-duc Alexandre et de son frère; mais le séjour des villes lui était devenu insupportable. Il profita de la conquête de la Crimée pour accompagner sa souveraine dans le voyage triomphal que lui avait préparé Potemkin, et alla revoir le Caucase. A son retour à Saint-Pétersbourg, il manifesta le désir de s'établir en Crimée pour y chercher la guérison des infirmités gagnées dans ses courses aventureuses. Catherine lui fit présent de deux villages et d'une riche propriété près de Simphéropol. Pallas passa quinze ans dans ce pays, où il sut encore rendre d'importants services, notamment celui d'y acclimater la vigne; mais l'isolement lui

devint peu à peu tellement insupportable, qu'à près de soixante-dix ans il se défit à vil prix de ses propriétés pour revoir sa patrie, où il mourut après avoir eu à peine le temps de retrouver le peu d'amis ou de parents qu'il y avait laissés, de renouer quelques relations avec le monde savant et de se mettre au niveau des progrès accomplis pendant sa longue absence.

ROCHON (ALEXIS-MARIE).

(Né à Brest en 1741, mort en 1817.)

Il avait été destiné à l'état ecclésiastique et pourvu d'un bénéfice, mais il ne fut jamais que clerc tonsuré. Nommé à vingt-quatre ans bibliothécaire de l'Académie royale de marine à Brest, correspondant de l'Académie des Sciences, puis astronome de la marine, il fut désigné pour accompagner le général Breugnon dans son ambassade au Maroc et y faire des recherches scientifiques. Il releva les longitudes de plusieurs stations, au moyen de la méthode que venait de faire prévaloir Lacaille, en observant les distances des étoiles à la lune.

Chargé, en 1768, de reconnaître les écueils de la mer des Indes et de déterminer la route la plus sûre pour se rendre aux îles de France et de Bourbon, non seulement il s'acquitta avec succès de cette mission, mais il eut le bonheur de prévenir la perte de la corvette sur laquelle il était monté, en signalant au capitaine la présence d'un écueil sur lequel il s'avançait. A son retour en Europe, il reçut en présent, à La Corogne, un gros lingot de platine, métal récemment découvert, dont il apprécia aussitôt les avantages pour la construction des instruments de précision. Il

s'embarqua de nouveau en 1771; mais mécontent du chef de l'expédition, il ne dépassa pas cette fois l'île de France. Peu après son retour, les services qu'il avait déjà rendus le firent nommer, en 1774, à la place de garde du cabinet de physique et d'optique du roi, établi au château de la Muette. C'est là que Rochon entreprit ses belles recherches sur l'Optique. Après avoir rempli diverses missions scientifiques en Bretagne, dans le Berry et le Nivernais, il fut nommé, en 1787, astronome opticien de la marine.

Il fit partie, sous l'Assemblée constituante, des commissions des poids et mesures et des monnaies, reçut à cette occasion une mission à Londres en 1790 et fut chargé, en 1792, d'étudier un projet de dessèchement des terres que la Seine couvrait, près de Neuilly, d'eaux stagnantes. Dépouillé de toutes ses places en 1793 il se retira à Brest, où il rendit de nouveaux services en créant (1795) un atelier pour la fabrication des lunettes à l'usage de la marine.

Il fut compris au nombre des membres de l'Institut, lors de sa création, et chargé, peu après, de l'établissement, d'après ses plans, de l'observatoire de Brest, dont il fut le premier directeur. Il revint à Paris en 1802 et y reçut un logement au Louvre, où il mourut au milieu de nouveaux travaux.

On doit à ce savant modeste une foule d'inventions utiles: la lunette qui porte son nom; le diasporamètre (1777), qui a servi dans ces derniers temps, aux expériences sur la polarisation; un nouveau système de fanaux pour les navires, etc. Nous citerons, parmi ses ouvrages: *Opuscules mathématiques* (1768, in-8°): *Recueil de mémoires sur la Mécanique et la Physique* (1783, in-8°); *Nouveau voyage à la mer du Sud* (1783, in-8°); *Voyages*

à *Madagascar* (1783, in-8°); *De la conversion du métal de cloches en monnaie coulée* (1791); *Voyage aux Indes orientales et en Afrique, avec une dissertation sur les îles de Salomon* (1807; *Essai sur les monnaies anciennes et modernes* (1792, in-8°). Le *Recueil de l'Institut* renferme de lui des Mémoires intéressants sur la construction des verres lenticulaires et achromatiques, sur les marées, sur la navigation intérieure, sur la lunette qui porte son nom, sur la gaze de fil de fer, sur l'art de multiplier les copies, sur l'emploi du mica pour l'éclairage, sur un moyen de rendre potable l'eau de mer, etc. Une notice sur les travaux de cet estimable savant a été lue par Delambre dans la séance publique du 16 mars 1818 de l'Académie des Sciences.

Le diasporamètre de Rochon est d'un usage beaucoup plus commode et plus sûr que celui de Boscowich. Il se compose de deux prismes rectangulaires formés du même verre et présentant les mêmes angles aigus. Ces deux prismes sont d'abord accolés par leurs faces hypoténuses, de manière à former un parallélépipède rectangle. Mais si l'un d'eux restant fixe, l'autre vient à tourner autour d'une normale à la face commune, l'angle des deux faces qui étaient d'abord parallèles croît avec l'angle de rotation suivant une loi facile à établir, et peut devenir tel que l'achromatisme se produise entre le prisme formé par ces deux faces et un prisme donné, qu'il s'agissait d'étudier.

SCHEELE (CHARLES-GUILLAUME).

(Né à Stralsund en 1742, mort à Kœping en 1786.)

Son père, petit commerçant, ne put lui donner qu'une instruc-

tion incomplète. Dès l'âge de quatorze ans, le jeune Scheele fut placé comme apprenti pharmacien à Gothembourg, chez l'apothicaire Bauch, un ami de sa famille. Dans ses moments de liberté, le futur chimiste étudia avec ardeur; il dévorait les ouvrages de Neumann, de Lemery, de Stahl et des autres chimistes ses contemporains. La besogne à laquelle il se livrait pendant le jour prenait tout son temps, mais la nuit il travaillait pendant de longues heures.

Son apprentissage fini, Scheele changea de maître et vint exercer la pharmacie chez Kalstrœm, pharmacien à Malmoë, puis chez Scharemberg, à Stockholm.

En 1773, il alla diriger la pharmacie de Look, à Upsal. Le savant Bergmann achetait ses produits chimiques chez ce pharmacien. Surpris un jour par un fait insolite, selon lui, il vint faire des reproches au garçon apothicaire. Scheele se fit raconter les circonstances dans lesquelles le fait avait eu lieu, puis il expliqua à Bergmann la cause du phènomène. Ce dernier, étonné des connaissances profondes du jeune pharmacien, se lia avec lui et le fit connaître au grand Linné.

Bientôt, par l'importance seule de ses travaux, Scheele acquit une véritable autorité. Plusieurs propositions avantageuses lui furent faites pour le tirer de son humble situation; il refusa tout, même l'offre que lui faisait Frédéric le Grand d'une chaire de Chimie à Berlin.

Il se retira dans la petite ville de Kœping. Une pharmacie y était vacante; la veuve du pharmacien essayait de la diriger. Scheele épousa cette veuve, mais il mourut deux jours après son mariage.

L'Académie royale des Sciences de Stockholm, l'Académie

royale de Turin et la Société des scrutateurs de la nature, de Berlin, se glorifiaient de le compter au nombre de leurs correspondants.

On doit à Scheele la découverte de l'acide tartrique et de l'acide fluorhydrique; des recherches sur le bioxyde de manganèse, qu'il traita par l'acide muriatique et dont il dégagea le chlore, qu'il appela acide muriatique déphlogistiqué et dont il observa presque toutes les propriétés.

Outre le chlore, il découvrit le tungstène et le molybdène, distingua du manganèse les combinaisons ferrugineuses avec lesquelles on le confondait avant lui, parvint à préparer à l'état de pureté l'acide arsénique, tira l'acide benzoïque du benjoin, l'acide urique des calculs de la vessie, obtint le sucre de lait, caractérisa l'acide lactique, découvrit l'acide prussique (1782), et la glycérine (1784); enfin, il se livra à des travaux sur le quartz, l'argile, l'éther acétique, l'acide citronien cristallisé, la couleur noire de la pierre infernale, etc.

« On s'est souvent étonné, dit M. Troost, de ce que Scheele, qui a fait faire de si grands progrès à la Chimie et qui a eu une si grande influence sur les méthodes expérimentales, n'ait pas secoué le joug des idées reçues à son époque et n'ait pas commencé cette grande réforme, qui reste la gloire immortelle de Lavoisier. C'est que Scheele n'avait ni l'éducation première ni la fortune qui donnent une indépendance complète d'esprit et de caractère. Obligé d'émietter, pour ainsi dire, son génie aux labeurs incessants qui amènent le pain de chaque jour, il ne pouvait consacrer aux méditations théoriques les longs loisirs qu'elles exigent. Sa part, du reste, est assez belle, même à côté de Lavoisier. En effet, que d'inventions, que de découvertes ultérieures ont été les conséquences des travaux accomplis par Scheele dans

son modeste laboratoire!... Le nombre des mémoires de Scheele est tel qu'on se demande avec étonnement comment un seul homme a pu, dans l'espace d'un si petit nombre d'années, et avec d'aussi modestes ressources, accomplir d'aussi grandes choses. Il n'est peut-être pas un chimiste qui ait découvert autant de corps, il n'en est certainement pas un qui l'ait fait par des moyens aussi simples. C'est que Scheele avait le génie de l'invention joint à un admirable talent d'expérimentation. Il était de ces vrais savants dont Franklin a dit : « Ils sont capables de scier avec une « vrille et de percer avec une scie. »

Celui de tous ses ouvrages qui a eu le plus de réputation est son *Traité chimique sur l'air et le feu.* Cet ouvrage, précédé d'une préface de Bergmann, fut publié pour la première fois en allemand sous le titre de : *Chemische Abhandlung von der Luft* (Upsal et Leipzig, 1777, in-8). Le baron Dietrich en a donné une traduction française (1781, in-8).

Scheele, imbu de la théorie du phlogistique, a commis, dans cet ouvrage, de nombreuses erreurs, qui ont été relevées par Lavoisier dans un article intitulé : *Réflexions sur la calcination et la combustion*, qui parut en 1781 dans les *Mémoires* de l'Académie.

« Cet ouvrage, dit M. Dehérain, est un singulier mélange d'expériences admirables, de conclusions justes, puis de raisonnements compliqués, insoutenables, quand, ne serrant plus d'aussi près les faits, Scheele invente au lieu d'observer. »

Parmi ces nombreux Mémoires nous citerons : *De succo citri ejusque cristallisatione* (1784), dans lequel il donne une bonne préparation de l'acide citrique; *De magnesia nigra* (1774), mémoire extrêmement remarquable ; *Examen chimicum calculi*

urinarii; Recentius aeris, ignis et hydrogeniæ examen; De salium neutralium principiis calce viva aut ferro dissolvendis; De silice, argilla et alumine; De nova methodo mercurium dulcem parandi; De pulvere algarothi commodius minoribusque impensis parando; De aceti bonitate conservanda; De ferro acido phosphori saturato et sale perlato; De terræ rhubarbari in pluribus vegetalibus præsentia; De preparatione magnesiæ albæ; Adnotationes de pyrophoro, etc.

Les Mémoires de Scheele ont été réunis sous le titre d'*Opuscula* et traduits en français par M^lle^ Picardet, sous le titre de *Mémoires de Chimie* (Paris, 1785, 2 vol. in-12).

STOLL (MAXIMILIEN).

[Né à Erzingen (Souabe) en 1742, mort en 1788.]

Il établit définitivement le fait si important que Sydenham avait dénoncé avec tant de persistance, des influences de pays, de climat, de saisons sur le cours des maladies. Il étudia particulièrement les maladies qui proviennent de perturbations dans le système digestif.

Nous le nommons surtout pour avoir fondé à Vienne l'enseignement clinique, à une époque où il n'existait pas encore en France. A chacun des douze lits dont il disposait, était attaché un registre où étaient consignées l'histoire des malades, la médication employée, les circonstances de la guérison ou de la mort; enfin les enseignements fournis par l'autopsie.

LAVOISIER (ANTOINE-LAURENT).

(Né à Paris en 1743, mort en 1794.)

Lavoisier était le fils d'un riche commerçant de Paris, qui lui fit donner une excellente éducation au collège Mazarin. De bonne heure, le futur chimiste témoigna un goût prononcé pour les Sciences exactes. Il suivit les cours d'Astronomie de La Caille, étudia la Chimie dans le laboratoire de Rouelle, et fut un des auditeurs assidus de Bernard de Jussieu. Livré tout entier à l'étude, Lavoisier n'eut, pour ainsi dire, aucune des passions de la jeunesse; il se sépara du reste du monde, absorbé tout entier par ses travaux, bornant ses fréquentations à celles de ses maîtres et de quelques savants distingués.

Il remporta à vingt-trois ans un prix de l'Académie des Sciences sur la question du *Meilleur système* d'éclairage de Paris (1766).

Il entra à l'Académie des Sciences à vingt-cinq ans (1768) après la présentation de plusieurs Mémoires sur différents sujets.

Désireux de se livrer avec toute indépendance aux recherches scientifiques, il sollicita et obtint, en 1769, une place de fermier général, poste dont les revenus considérables devaient le mettre à même de subvenir aux dépenses de ses travaux. Il remplit d'ailleurs consciencieusement les devoirs de sa charge, et, grâce à lui, les juifs de Metz furent délivrés d'un impôt odieux.

Quelques années plus tard, Turgot le nomma inspecteur général des poudres et salpêtres. Ses recherches sur la poudre permirent l'introduction de plusieurs réformes importantes. C'est lui qui fit cesser les fouilles que l'administration avait pratiquées jusque-là dans les caves et dans les étables des particuliers pour en extraire le salpêtre. L'ancienne poudre fut perfectionnée de

telle sorte, que, là où auparavant on avait une force de projection de 90 toises, Lavoisier en obtint une de 100. Il eut l'idée d'employer le chlorate de potasse à la fabrication de la poudre; quelques expériences furent même tentées dans ce but à Essonne; mais elles coûtèrent la vie à un certain nombre d'ouvriers et furent abandonnées.

La Chimie appliquée à l'Agriculture occupait aussi Lavoisier; il possédait et cultivait, dans le Vendômois, 240 arpents de terre, et, d'après Lalande, il améliora tellement les procédés de culture, qu'en neuf ans la production de sa terre avait doublé.

Lors de la convocation des états généraux, Lavoisier, nommé député suppléant, soumit à l'Assemblée, le 21 novembre 1789, un compte rendu des opérations de la Caisse d'escompte, à laquelle il avait été attaché en 1788.

On a retrouvé dans des documents inédits existant à la Bibliothèque d'Orléans des projets présentés par lui à l'Assemblée provinciale de l'Orléanais, en 1787, et où il proposait la fondation d'une Caisse d'escompte, ce qui prouve une préoccupation scientifique des intérêts généraux du Commerce et de l'Industrie, et aussi la fondation d'une Caisse d'épargne et de retraite pour le peuple.

Nommé, en 1790, membre de la Commission pour l'établissement du nouveau système de poids et mesures, il prit une large part aux travaux de cette commission. En 1791, il fut nommé secrétaire de la Trésorerie, et proposa, pour la perception des impôts, un plan qu'il développa dans son traité *De la richesse territoriale du royaume de France*. L'Assemblée vota l'impression de ce Mémoire, dont le *Moniteur* fit un pompeux éloge, vantant surtout l'exactitude des chiffres « très patriotiques » cités par l'auteur.

Comment se fait-il que Lavoisier soit mort sur l'échafaud?

Le 2 mai 1794, le conventionnel Dupin déposa un acte d'accusation contre tous les fermiers généraux. Lavoisier vint se constituer prisonnier, et, le 6 du même mois, il était, avec tous ses compagnons, condamné à mort. Il fut guillotiné le quatrième des vingt-huit fermiers généraux qui moururent ce jour-là. M. Paulze, dont il avait épousé la fille en 1771, le précédait immédiatement.

La première découverte de Lavoisier est celle de l'oxygène. Des expériences connues, mais mal faites et restées sans explication, avaient posé la question. Ainsi Eck de Suchbach avait constaté que le mercure chauffé à l'air *passe à l'état de chaux* en augmentant de poids et que le cinabre en repassant à l'état de mercure métallique sous l'influence de la chaleur, dégage un fluide élastique; Jean Rey avait fait des observations analogues sur le plomb. Mais ni l'un ni l'autre n'avaient su pousser leurs observations jusqu'au point d'en tirer des résultats utiles.

Beaucoup d'autres chimistes avaient depuis approché à ce point de la découverte de Lavoisier qu'on a pu la leur attribuer, non sans quelque raison, puisque quelques-uns isolèrent réellement l'oxygène. Mais les uns n'avaient pas compris leurs propres expériences, qu'ils expliquaient par la théorie du phlogistique; et les autres ou bien n'étudièrent pas assez complètement le gaz qu'ils avaient isolé pour attirer l'attention sur lui, ou même le laissèrent là après l'avoir découvert.

Lavoisier prit une cornue contenant du mercure, et mit le col en communication avec une éprouvette en partie pleine d'air; il nota la hauteur du mercure dans l'éprouvette, puis chauffa pendant douze jours celui de la cornue. Il vit la surface du métal

chauffé se couvrir d'abord de lamelles rouge orangé, puis le mercure se précipiter entièrement, ce qui reproduisait des expériences connues. Mais après le refroidissement, il mesura la hauteur de l'air dans l'éprouvette, et constata que l'air avait diminué sensiblement.

Lavoisier vit une bougie allumée s'éteindre dans le gaz de l'éprouvette et les animaux y mourir; il donna le nom d'azote au gaz qui restait après l'opération, nom impropre que ce corps a cependant conservé. Puis il prit le précipité *per se* et le chauffa dans une cornue, qui bientôt ne contint plus que du mercure métallique, après un dégagement de gaz incolore, dans lequel un charbon allumé brûlait à la façon du phosphore. Il conclut des deux expériences que l'air est formé de deux gaz : l'un, l'azote, impropre à la combustion et à la vie; l'autre, l'oxygène, agent indispensable de ces deux phénomènes; il parvint ensuite à reconstituer l'air ordinaire en mélangeant en proportions convenables les deux gaz qu'il avait isolés.

En même temps que Lavoisier découvrait ainsi l'oxygène, Priestley, en Angleterre, et Scheele, en Suède, arrivaient au même résultat par les mêmes moyens.

Mais Lavoisier, au lieu de s'en tenir à un simple fait d'expérience, ne s'arrêta pas à cette première notion du gaz qu'il avait si heureusement découvert; il le rechercha partout et le trouvant répandu dans presque tous les corps, il en fit l'élément de la genèse chimique. Une forte oxygénation produisait les acides énergiques; une oxygénation moindre, les acides moins puissants; une moindre encore, les corps neutres; une inférieure, les bases.

Les acides recherchaient les bases et de là naissaient les sels, auxquels se mélangeaient les corps neutres.

C'est par ces considérations si simples que Lavoisier s'élevait à la conception de la nomenclature chimique.

Toutefois il était allé un peu trop vite et l'acide hydrochlorique le troubla par la suite profondément. « L'acide muriatique, dit-il, présente une circonstance très remarquable; il est, comme l'acide du soufre, susceptible de plusieurs degrés d'oxygénation; mais, contrairement à ce qui a lieu pour les acides sulfureux et sulfurique, l'addition d'oxygène rend l'acide muriatique plus volatil, d'une odeur plus pénétrante, moins miscible à l'eau, et diminue ses qualités d'acide. Nous avions d'abord été tenté d'exprimer ces deux degrés de saturation, comme nous l'avions fait pour les acides du soufre, en faisant varier la terminaison; nous aurions nommé l'acide le moins oxygéné acide muriateux, et l'acide le plus oxygéné acide muriatique; mais nous avons cru que cet acide, qui présente des résultats particuliers, et dont on ne connaît aucun autre exemple en Chimie, demandait une exception, et nous nous sommes contenté de le nommer acide muriatique oxygéné. » Cette fausse théorie arrêta longtemps la marche du progrès, et il fallut les beaux travaux de Davy pour assigner au chlore sa véritable nature.

Cavendish avait découvert en 1766 le gaz inflammable (gaz hydrogène); Lavoisier répéta ses expériences et étudia les propriétés du nouveau corps. Il reconnut que ce gaz, en brûlant, donne de l'eau, et il fut porté à penser que l'eau est une combinaison de ce gaz et d'oxygène; il donna même au gaz inflammable le nom d'hydrogène, pour exprimer cette propriété. Il observa aussi que l'esprit-de-vin, en brûlant, produit de la vapeur d'eau; d'où il conclut qu'il contenait de l'hydrogène.

Les remarquables travaux de Berthollet sur l'acali volatil (am-

moniaque) avaient fait penser à Lavoisier que les autres alcalis n'étaient pas des corps simples, mais qu'ils devaient contenir de l'azote, comme l'ammoniaque. Les idées de Lavoisier à ce sujet se répandirent tellement, que Fourcroy, dans sa *Philosophie chimique*, dit : « On est porté à penser que l'azote est un de leurs principes (des terres alcalines), et que c'est lui qui leur donne leurs propriétés alcalines; mais l'expérience n'a point encore fourni la preuve de cette idée. » Quant à la chaux, à la magnésie, à la baryte, la composition de ces terres était restée une énigme pour Lavoisier; son opinion était que, jusqu'à nouvel ordre, on devait les considérer comme des corps simples. Mais, plus tard, il se détrompe et soupçonne la vérité : « Il est à présumer, dit-il, que les terres cesseront bientôt d'être comptées au nombre des substances simples; elles sont les seules de cette classe qui n'aient point de tendance à s'unir à l'oxygène, et je suis bien porté à croire que cette indifférence pour l'oxygène tient à ce qu'elles en sont déjà saturées. Les terres, dans cette manière de voir, seraient, peut-être des *oxydes métalliques*... Ce n'est, au surplus, qu'une simple conjecture que je présente ici. »

Lavoisier n'a pu expliquer tous les phénomènes connus de son temps, puisque le chlore n'avait pas encore été isolé, mais sa théorie des corps oxygénés est restée parfaite. C'est du reste cette théorie qui l'a conduit à l'explication d'un grand nombre de faits qui, d'après la manière dont ils avaient été compris, se trouvaient en contradiction avec elle.

Ainsi, avant Lavoisier, on regardait un très grand nombre de sels comme composés d'un acide et d'un métal. Guidé en cela par une de ses conceptions favorites, que toutes les combinaisons, quelque complexes qu'elles paraissent, sont nécessairement

binaires, Lavoisier affirma que le métal, avant d'entrer dans la combinaison saline, s'oxydait et fournissait la base du sel. Il montra par exemple que, lorsqu'on traite par l'acide sulfurique un fragment de zinc plongé dans l'eau, la réaction est double; que le zinc commence par décomposer l'eau et s'emparer de son oxygène; puis, que l'oxyde de zinc formé se combine avec l'acide sulfurique. Il mit son explication hors de doute en recueillant le gaz qui se dégage pendant la réaction et constata que c'est de l'hydrogène.

Ajoutons que c'est Lavoisier qui a enseigné aux chimistes à contrôler toutes leurs expériences par des pesées exactes, au moyen d'une balance de précision. C'est par de tels soins qu'il rendait toutes ses conclusions inattaquables.

Après avoir si complètement défini le rôle de l'oxygène en Chimie inorganique, Lavoisier voulut connaître également celui qu'il jouait dans l'ordre physiologique. Les expériences suivies qu'il fit sur la respiration des animaux l'amenèrent à ces conclusions : la respiration n'est qu'une combinaison lente de carbone et d'oxygène, semblable en tout à celle qui s'opère dans une lampe ou dans une bougie allumée; les animaux qui respirent sont de véritables corps combinaison qui brûlent et se consument; dans la respiration comme dans la combustion, c'est l'air de l'atmosphère qui fournit l'oxygène; enfin, c'est la respiration qui entretient la chaleur des animaux.

Lavoisier avait la tête pleine de projets lorsqu'il mourut, à cinquante ans à peine, d'une façon si déplorable; les idées qu'il émettait sur la chaleur quelques années avant de disparaître si malheureusement, montrent trop clairement qu'il avait encore à remplir une longue et glorieuse carrière.

CONDORCET (JEAN-ANTOINE-NICOLAS CARITAT DE).

[Né à Ribemont (Picardie) en 1743, mort en 1794.]

Son père, qu'il perdit lorsqu'il n'avait encore que quatre ans, était capitaine de cavalerie ; un frère de son père fut successivement évêque de Gap, d'Auxerre et de Lisieux. Sa mère procéda d'abord seule à son éducation ; lorsqu'il eut atteint l'âge de onze ans, son oncle le fit confier aux soins d'un père jésuite.

« Au mois d'août 1756, dit Arago, Condorcet, âgé alors de treize ans, remportait le prix de seconde, dans l'établissement que les jésuites avaient formé à Reims. En 1758, il commençait ses études mathématiques au collège de Navarre, à Paris. Ses succès furent brillants et rapides, car, au bout de dix mois, il soutint avec tant de distinction une thèse d'analyse très difficile que Clairaut, d'Alembert et Fontaine, qui l'interrogeaient, le saluèrent comme un de leurs confrères à l'Académie. »

Vers la même époque il se formait un système complet de morale, exclusivement fondé sur des considérations philosophiques. Je regrette d'être obligé de dire que le principe de cette morale était ce qu'on a appelé depuis l'intérêt bien entendu, principe aussi incomplet, en ce que le sentiment du devoir n'y a aucune part, qu'inefficace, parce que, dans ce système chacun resterait libre d'apprécier son intérêt comme il l'entendrait.

Le premier ouvrage de Condorcet est intitulé : *Essai sur le Calcul intégral.* L'auteur n'avait que vingt-deux ans lorsqu'il l'adressa à l'Académie des Sciences. D'Alembert en fit l'objet d'un rapport qui se terminait par ces mots : « L'ouvrage annonce les plus grands talents, et les plus dignes d'être excités par l'appro-

bation de l'Académie. » Peu de jours après la lecture de ce rapport, Lagrange écrivait à son collègue : « Le *Calcul intégral* de Condorcet m'a paru bien digne des éloges dont vous l'avez honoré. »

On connaissait depuis longtemps la condition d'intégrabilité immédiate d'une équation différentielle du premier ordre

$$\mathrm{M}\,dx + \mathrm{N}\,dy = 0.$$

Ce que se proposait Condorcet était de trouver de même les conditions dans lesquelles une équation différentielle d'ordre supérieur pourrait être successivement ramenée, sans transformations préalables, à des équations d'ordres moins élevés d'une, de deux, etc., unités, jusqu'à intégration complète.

Condorcet s'occupait, dans le même *essai*, de l'intégration des équations à différences finies.

Plusieurs ouvrages de Condorcet sont restés inédits : différentes commissions de l'Institut, une entre autres présidée par Lacroix, furent chargées de les examiner et n'ont pas cru devoir conclure à l'impression aux frais de l'État; M. Charles Henry a publié dernièrement dans le Recueil du prince Boncompagni un de ces ouvrages, intitulé *Des méthodes d'approximation pour les équations différentielles lorsqu'on connaît une première valeur approchée.* J'ai essayé de le lire, mais j'avoue que la pensée de l'auteur m'a paru si difficile à saisir, que j'ai dû abandonner cette lecture. Je vois qu'Arago jugeait de même, car il dit : « Les écrits mathématiques de Condorcet manquent de cette clarté élégante qui distingue à un si haut degré les Mémoires d'Euler et de Lagrange. » C'était, au reste, aussi l'avis de d'Alembert, qui écrivait à Lagrange, en 1772 : « Je voudrais bien que

notre ami Condorcet, qui a de la sagacité, du génie, eût une autre manière de faire. »

Le volume de l'Académie des Sciences de 1772 contient de Condorcet un Mémoire plus important, dont l'objet est indiqué dans le jugement suivant qu'en porte Lagrange : « Ce Mémoire est rempli d'idées sublimes et fécondes qui auraient pu fournir la matière de plusieurs ouvrages... Le dernier article m'a singulièrement plu par son élégance et son utilité... Les séries récurrentes avaient déjà été si souvent traitées, qu'on eût dit cette matière épuisée. Cependant, voilà une nouvelle application de ces séries, plus importante, à mon avis, qu'aucune de celles qu'on en a déjà faites. Elle nous ouvre, pour ainsi dire, un nouveau champ pour la perfection du *Calcul intégral.* »

Cependant c'est probablement à ce Mémoire que se rapporte le mot de d'Alembert que nous venons de citer.

L'Académie de Berlin avait proposé, comme sujet de prix à décerner en 1774, de nouveaux progrès apportés à la méthode employée pour déterminer les éléments des comètes. Condorcet partagea le prix avec un autre concurrent. « Votre belle pièce, lui écrivit Lagrange, aurait eu le prix tout entier, si elle avait contenu l'application de votre théorie à quelque comète particulière. Cette condition était dans le programme. »

Condorcet entreprit aussi d'appliquer le Calcul des probabilités à différentes questions sociales telles que celles du meilleur mode de constitution des tribunaux civils et criminels, de la majorité à exiger pour la validité des décisions, etc. On sait que Laplace a repris, depuis, les mêmes questions.

Enfin les collections académiques de Paris, de Berlin, de Bologne et de Pétersbourg contiennent de notre auteur un

assez grand nombre de Mémoires portant sur les points les plus difficiles de la Science.

Condorcet fut élu membre de l'Académie des Sciences en 1769 et en devint bientôt après secrétaire perpétuel. Il s'était préparé à ces fonctions par les éloges des Académiciens morts entre les années 1666 et 1699, lesquels n'avaient point eu de biographies, parce que Fontenelle, qui n'était entré en fonctions que cette dernière année, avait cru pouvoir se borner à l'accomplissement strict des devoirs qui lui étaient imposés par le règlement.

Cette première série d'éloges dus à Condorcet contenait, entre autres, ceux de Huyghens, Roberval, Picard, Mariotte, Perrault, Rœmer; tous avaient plu infiniment. Devenu secrétaire perpétuel, Condorcet prononça ceux de presque tous les membres de l'ancienne Académie qui moururent de 1770 à l'époque de la dissolution de cette Société.

« Les compositions biographiques de Condorcet, dit Arago, brillent par ce qui devait naturellement en faire l'essence. L'histoire de l'esprit humain y est envisagée de très haut. Dans, le choix des détails, l'auteur a constamment en vue l'instruction et l'utilité, plus encore que l'agrément. Sans trahir la vérité, dont les prérogatives doivent primer tout autre intérêt, toute autre considération, Condorcet est sans cesse dominé par cette pensée que la dignité du savant se confond, à un certain degré, avec celle de la Science... »

Condorcet avait abandonné de bonne heure le domaine des Sciences mathématiques pour diriger ses efforts du côté de celles auxquelles nous donnerions aujourd'hui le nom de Sciences sociales et qui ont pour objet aussi bien le perfectionnement

moral et intellectuel des masses populaires que l'amélioration de leur sort matériel.

Stimulé par l'exemple de ses maîtres et protecteurs d'Alembert Diderot, Voltaire, il rechercha et obtint l'amitié et les enseignements de Turgot à qui il resta constamment dévoué. La longue correspondance qui s'établit entre ces deux hommes également dévoués au bien public offre le plus grand intérêt; elle a été dernièrement réunie et publiée en un beau volume par M. Charles Henry.

Condorcet entra à l'Académie française en 1782. Il avait Bailly pour concurrent; d'Alembert, qui le patronait contre Buffon s'écria après l'élection : « Je suis plus content d'avoir gagné cette victoire que je ne le serais d'avoir trouvé la quadrature du cercle. »

Condorcet eut la douleur, en 1783, de perdre son illustre ami et parrain d'Alembert; celui-ci le nommait son exécuteur testamentaire et lui léguait la mission de pourvoir aux besoins de deux domestiques, auxquels il ne pouvait rien laisser. Le légataire accepta le mandat, il y pourvut jusqu'à sa mort, et sa fille, madame O'Connor, l'assuma ensuite.

Condorcet épousa en 1786 mademoiselle Sophie de Grouchy. dont les grâces et l'esprit conquirent la sympathie universelle, dès qu'elle parut dans le monde, et dont les hautes qualités morales n'eurent que trop, plus tard, à se faire admirer.

Condorcet entra dans la carrière politique comme membre de la municipalité de Paris, il fut ensuite de l'Assemblée législative, puis de la Convention, où il plaida en faveur de Louis XVI, acceptant tout au plus l'appel au peuple.

Quoiqu'il n'eût aucun lien direct avec les Girondins, il fut décrété d'accusation en même temps qu'eux. Cabanis, son beau-

frère, et Vicq-d'Azir, son ami, trouvèrent à lui assurer, rue Servandoni, une retraite où il put rester caché pendant neuf mois, grâce à la vaillante bienveillance de madame Vernet, grand'mère des peintres de ce nom.

Diverses circonstances lui parurent fournir la preuve que la découverte de sa retraite allait compromettre la vie de sa bienfaitrice. Il s'échappa de chez elle le 5 avril 1794, se rendant à tout hasard à Fontenay-aux-Roses où il pensait trouver, au moins pour vingt-quatre heures, un asile chez d'anciens amis, qui n'osèrent pas le recevoir. Il erra dans la campagne jusqu'au 7; il fut arrêté à Clamart, ce jour-là, et transféré à Bourg-la-Reine, où il s'empoisonna pendant la nuit, dans son cachot.

Avant de s'enfuir de chez madame Vernet il avait laissé sur sa table un touchant et dernier adieu à sa femme et à sa fille, alors âgée de cinq ans.

FABRICIUS.

[Né à Tundern (Sleswig) en 1743, mort en 1807.]

Élève, disciple et ami de Linné; docteur en Médecine à vingt-cinq ans, professeur d'Histoire naturelle à l'Université de Kiel; entomologiste distingué.

Son système de classification des insectes, imprimé en 1775, fit une véritable révolution. Ce système n'a plus aucune valeur, mais Fabricius rendit de grands services en découvrant dans ses voyages et décrivant exactement un nombre considérable d'insectes. Il a laissé plusieurs ouvrages sur l'Entomologie.

HAÜY (RENÉ-JUST).

[Né à Saint-Just (Oise) en 1743, mort en 1822.]

Il était fils d'un pauvre tisserand. Le plaisir particulier qu'il prenait aux cérémonies religieuses et aux chants de l'église le fit remarquer du prieur de l'abbaye établie dans son village natal, et ce prieur, lui trouvant une vive intelligence, chargea l'un de ses moines de lui enseigner les premiers éléments. Ses rapides progrès, sa douceur, son caractère aimant, lui gagnèrent l'affection des pères, qui songèrent à l'envoyer à Paris pour qu'il y achevât ses études. On ne lui trouva d'abord qu'une place d'enfant de chœur dans une église du quartier Saint-Antoine. « Ce poste, disait-il dans la suite, eut du moins cela d'agréable, que je n'y laissai pas enfouir mon talent pour la musique. » Enfin, ses protecteurs de Saint-Just parvinrent à obtenir pour lui une bourse au collège de Navarre. Là il se fit bientôt assez estimer pour que les supérieurs le retinssent près d'eux, lorsqu'il eut pris ses grades, en lui confiant la régence de quatrième. Il passa, quelques années après, comme régent de seconde, au collège du Cardinal-Lemoine, où il rencontra Lhomond, dont les excellentes qualités, si semblables aux siennes propres, établirent entre eux une affection solide, malgré la différence d'âges.

C'est à cette liaison que Haüy a dû sa carrière brillante, et que la Science doit des découvertes de premier ordre.

Lhomond aimait la Botanique, sans l'avoir apprise ; Haüy, qui n'avait jamais songé qu'à faire plaisir, apprit la Botanique pour être agréable à son vieil ami dans ses herborisations, et le goût des Sciences naturelles s'éveilla en lui avec une force dont il se trouva tout surpris.

Le Jardin des Plantes étant tout proche du collège, les deux amis y faisaient de fréquentes visites. Un jour, voyant la foule se presser à une séance de Daubenton sur la Minéralogie, Haüy entra avec elle, et, charmé de trouver un sujet d'études mieux circonscrit et moins exploré que la Botanique, il s'y attacha par l'attrait des difficultés à vaincre. La chose qui l'avait frappé tout d'abord était la diversité des formes affectées par les cristaux formés d'une même substance. L'esprit plein de doute à cet égard, il lui arriva de laisser tomber un groupe de spath calcaire, cristallisé en prismes, qu'il examinait chez un de ses amis. L'un des prismes s'étant brisé, Haüy remarqua avec surprise que le système de cristallisation apparente n'était plus le même dans les fragments que dans le bloc primitif : les angles plans et dièdres étaient devenus les mêmes que ceux qu'on observe dans le spath d'Islande.

Rentré chez lui, il prend successivement un spath cristallisé en pyramide hexaèdre, un autre appartenant au système qu'on appelait alors *Lenticulaire*, il les casse et retrouve encore dans les fragments les traits caractéristiques du cristal d'Islande. *Tout est trouvé!* s'écrie-t-il : la forme cristalline élémentaire d'un corps dépend de la composition chimique de ce corps, et les formes, si différentes en apparence, des cristaux qu'il peut fournir résultent simplement du mode d'empilement des cristaux primitifs.

De nouvelles expériences sur d'autres corps le confirmèrent davantage dans l'hypothèse qui s'était présentée à son esprit. Mais, craignant de s'être laissé tromper par des apparences, il remarqua que cette hypothèse comporterait une vérification presque décisive. En effet, si la diversité des formes pouvait tenir

à une superposition des couches en retrait les unes par rapport aux autres, les angles des faces du cristal dérivé devraient pouvoir se déduire de ceux du cristal primitif et du rapport du retrait à la dimension fictive d'une molécule dans le sens de ce retrait.

D'un autre côté, le nombre des formes dérivées étant toujours assez petit, le retrait devait être en rapport assez simple avec la dimension correspondante de la molécule ; or il devait être facile de voir si les angles des faces secondaires s'accordaient avec une hypothèse simple sur la valeur du retrait.

Le pauvre régent de seconde avait oublié depuis longtemps le peu de Géométrie qu'il eût jamais appris ; mais il avait intelligence et courage, il se mit bravement à étudier les éléments de Géométrie et de Trigonométrie qui devaient lui être nécessaires, et soumit ses conjectures aux vérifications qu'il s'était imposées. Le résultat ayant été entièrement favorable, Haüy communiqua sa découverte à Daubenton, qui en parla à Laplace, et tous deux s'empressèrent de l'engager à en faire part à l'Académie.

« Ce n'est pas, dit Cuvier, ce à quoi il fut le plus aisé de le déterminer. L'Académie, le Louvre étaient pour le bon Haüy une sorte de pays étranger qui effrayait sa timidité. Les usages lui étaient si peu connus, qu'à ses premières lectures il y venait en habit long, que les anciens canons de l'Église prescrivaient, dit-on, mais que les ecclésiastiques ne portaient plus depuis longtemps dans la société. » Ses amis, craignant pour lui le ridicule, cherchèrent à lui faire quitter cet habit ; mais il fallut qu'ils appuyassent leurs conseils de l'avis d'un docteur en Sorbonne. « Les anciens canons sont très respectables, lui répondit-on ; mais, en ce moment, ce qui importe, c'est que vous soyez de l'Acadé-

mie. » L'Académie n'attendit même pas qu'une place de Physique ou de Minéralogie devînt vacante, elle le nomma (1783) dans la section de Botanique presque à l'unanimité. Il avait tellement le don d'attirer à lui, que Lagrange, Lavoisier, Laplace, Fourcroy, Berthollet et Guyton de Morveau voulurent qu'il leur expliquât sa théorie, et ils allaient l'écouter au collège du Cardinal-Lemoine.

Le mérite trouve toujours des détracteurs ; celui de Haüy avait jeté trop d'éclat pour qu'il échappât au sort commun; Romé-Delisle se chargea du triste soin de troubler le bonheur du nouvel académicien. Haüy se borna pour toute réponse à entrer dans la voie de nouvelles découvertes encore plus importantes.

Il avait jusque-là ramené à un même type les cristaux, divers en apparence, que pouvait fournir un même corps bien connu, dans des circonstances différentes; il en vint bientôt à concevoir une liaison intime entre la composition chimique de chaque corps et la forme des cristaux élémentaires auxquels il donnait naissance.

La plupart des cristaux classés par ses devanciers n'avaient pas été soumis à des analyses chimiques exactes. Aussi la classification adoptée rapprochait-elle, jusqu'à la confusion, des minéraux à bases totalement différentes, dont les cristaux présentaient quelques vagues analogies, tandis qu'elle éparpillait souvent dans des groupes distincts les diverses variétés d'un même corps. Haüy crut pouvoir affirmer, suivant les cas, soit l'identité de composition entre des pierres distinguées jusque-là les unes des autres par un caractère au fond indifférent, tel que la couleur, par exemple, soit la diversité radicale entre d'autres minéraux regardés avant lui comme identiques, et toujours l'analyse directe

vérifia les assertions qu'il avait émises. Non seulement, dit Cuvier, il a annoncé aux chimistes qu'en recommençant leurs analyses ils trouveraient des différences qu'ils avaient méconnues, il leur a encore souvent prédit que des différences qu'ils croyaient voir ne devaient pas exister. C'est ainsi que, d'après ses indications, Vauquelin a fini par trouver le glucinium dans l'émeraude, comme il l'avait auparavant découvert dans le béril. Lorsque Klaproth et Vauquelin découvrirent que l'apatite et la chrysolithe des joailliers n'étaient que du phosphate de chaux, Haüy avait déjà remarqué l'identité de leur structure cristalline.

Dès qu'il eut dans l'Université les vingt ans de services qui lui donnaient droit à une petite pension de retraite, Haüy se hâta de la demander, pour se vouer entièrement à la Science qu'il venait de créer. Pourvu d'ailleurs d'un petit bénéfice qui lui donnait au moins le nécessaire, il vivait simplement, suivant ses goûts, en travaillant sans cesse.

La Révolution vint jeter le trouble dans cette existence si calme : privé de ses pensions et de ses places, Haüy, qui n'avait pas prêté le serment, fut emprisonné après le 10 août; heureusement, un de ses élèves, Geoffroy Saint-Hilaire, réussit à obtenir l'ordre de son élargissement, et on ne l'inquiéta plus. Quoiqu'il n'eût rien changé à son ancienne manière de vivre et qu'il contitinuât de remplir ses fonctions ecclésiastiques, comme s'il eût ignoré le danger qu'il courait, la Convention le nomma membre de la commission des poids et mesures, et il put, sans qu'il lui arrivât rien, plaider la cause de Lavoisier. Son impunité, remarque Cuvier, est encore plus étonnante que son courage.

Haüy fit naturellement partie de l'Institut, lors de sa création. Appelé au conseil des mines, il forma en peu d'années la magni-

fique collection qu'on admire dans les salles de l'École. C'est là qu'il prépara son grand traité de Minéralogie. Cet ouvrage, dit Cousin, n'est pas moins remarquable par sa rédaction et la méthode qui y règne que par les idées originales sur lesquelles il repose. Haüy s'y montre habile écrivain et bon géomètre autant que savant minéralogiste.

A la mort de Daubenton, Haüy insista pour que Dolomieu, alors prisonnier en Sicile, fût nommé à sa place. Il lui succéda bientôt après, en 1802. Lors de la fondation de l'Université, le ministre créa pour lui une chaire de Minéralogie à la Faculté des Sciences et lui adjoignit Brongniart pour le suppléer. Mais Haüy ne voulait pas porter le titre sans remplir au moins en partie les fonctions, et il faisait venir chez lui les élèves de l'École normale, pour les initier, au milieu de ses collections, à tous les secrets de la Science.

La Restauration, vouée à des rancunes qui devaient la perdre, ne sut pas respecter en lui le savant européen ; elle le priva, sous différents prétextes légaux, de la plupart de ses moyens d'existence, et son frère, revenu de Russie avec une santé perdue, étant tombé à sa charge, Haüy se trouva ramené bien près de l'état précaire où il avait passé sa jeunesse. Mais, au sein même de la gloire et de la fortune, il n'avait quitté aucune de ses premières habitudes et il ne sentit que la privation de pouvoir faire le bien. Une chute faite dans sa chambre lui cassa le col du fémur, et, un abcès s'étant formé dans l'articulation, la guérison ne put pas être obtenue. Il ne laissait d'autre héritage que sa collection de cristaux, qui fut d'abord acquise à très bon marché par un Anglais, mais que la France a rachetée depuis pour le Muséum.

Les principaux ouvrages de Haüy sont : *Essai d'une théorie sur la structure des cristaux* (1784); *Exposition raisonnée de la théorie de l'Électricité et du Magnétisme* (1787); *Traité de Minéralogie* (1801); *Traité élémentaire de Physique* (1803); *Tableau comparatif des résultats de la Cristallographie et de l'analyse chimique, relativement à la classification des minéraux* (1809); *Traité des caractères physiques des pierres précieuses* (1817); *Traité de Cristallographie* (1822).

MÉCHAIN (PIERRE-FRANÇOIS-ANDRÉ).

(Né à Laon en 1744, mort en Espagne en 1804.)

Son père était architecte, on l'envoya à l'Ecole des ponts et chaussées, où il fut admis sans difficulté, mais le manque de ressources, l'obligea à accepter une place de précepteur à Sens. Lalande le fit revenir à Paris, avec la place d'hydrographe du dépôt des cartes de la marine. Il commença dès lors à s'occuper d'Astronomie. N'ayant pas d'instruments de précision, il observait les éclipses et cherchait à découvrir des comètes, dont il calculait ensuite les orbites. Herschel venait en 1781 de découvrir Uranus qu'on avait d'abord pris pour une Comète. Méchain en fit une planète. Ce furent ses observations que Laplace utilisa pour en déterminer l'orbite.

Il gagna en 1782 le prix proposé par l'Académie des Sciences pour décider si, comme l'avait supposé Halley, la comète de 1661 était la même qui avait été observée en 1532 et dont le retour était attendu en 1789. Il conclut pour la négative et l'événement

prouva qu'il avait eu raison. Il entra à l'Académie cette même année.

Il fut en 1784 chargé de la publication de la *Connaissance des Temps* et associé en 1787 à Cassini et à Legendre pour la détermination de la différence des longitudes des observatoires de Paris et de Greenwich.

L'Assemblée constituante le chargea avec Delambre de reprendre la mesure du méridien, pour l'établissement du système métrique.

Les deux astronomes avaient à déterminer la longueur de l'arc compris entre les parallèles de Dunkerque et de Barcelone. Méchain eut à mesurer la partie comprise entre les parallèles de Barcelone et de Rodez. Son opération allait être terminée lorsqu'une incertitude de trois secondes dans l'évaluation de la latitude de Barcelone, incertitude que les circonstances ne lui permirent pas de lever avant le moment où son travail devait être déposé, lui troubla l'esprit au point de l'amener à s'exposer à de fâcheux soupçons en retardant d'abord et refusant ensuite la communication de son rapport, plutôt que de convenir de cette erreur ou de cette anomalie d'observation, qui assombrit le reste de sa vie et qu'on ne connut qu'après sa mort.

Il avait été à sa rentrée en France, en 1798, investi de la direction du bureau des longitudes; mais il se hâta de trouver un prétexte pour retourner à Barcelone, dans l'espoir de supprimer, avant qu'on ne la connut, cette erreur de trois secondes, qui empoisonnait sa vie. Il s'était proposé de prolonger la méridienne jusqu'aux îles Baléares, afin de n'être pas obligé de mentionner la latitude de Barcelone qui n'eût plus été qu'un point intermédiaire et sans importance sur la grande ligne relevée. Il mourut

de la fièvre jaune au milieu de ses opérations. L'accident qui avait abrégé ses jours fut connu, et l'on s'expliqua alors la conduite singulière qu'il avait tenue.

BERNOULLI (JEAN, NEVEU DE DANIEL).

(Né à Bâle en 1744, mort à Berlin en 1807.)

Il fut nommé, à dix-neuf ans, astronome à l'Académie de Berlin. Il visita l'Allemagne, l'Angleterre, la France, l'Italie, la Suisse, la Russie et la Pologne, et, de retour à Berlin, en 1779, il devint directeur de la classe de Mathématiques à l'Académie de cette ville.

Il fut membre des Académies de Londres, de Saint-Pétersbourg et de Stockholm.

Ses principaux ouvrages sont : *Recueil pour les Astronomes* (Berlin 1772-1776) et *Lettres astronomiques* (1781).

DE MOUET DE LAMARCK (JEAN-BAPTISTE-PIERRE-ANTOINE).

[Né à Bazentin (Picardie) en 1744, mort en 1829.]

Son père, le destinant à l'état ecclésiastique, lui avait fait commencer ses études chez les jésuites d'Amiens ; mais ses inclinations le portaient vers la carrière des armes. Son père étant mort en 1760, le jeune Lamarck se dirigea vers l'armée d'Allemagne, muni simplement d'une lettre de recommandation pour le colonel d'un régiment engagé dans la campagne de 1761. Peu de jours après l'arrivée de Lamarck à son corps, l'armée Française livrait

la bataille de Fissingshausen; le jeune volontaire, dont tous les supérieurs venaient d'être tués dans l'action, prenait le commandement de sa compagnie, refusait, au moment de la retraite, de quitter le poste avancé qui avait été assigné à ses hommes, et dans lequel on l'avait oublié; le soir même de la défaite, il recevait un brevet de lieutenant. Mais un accident dont il fut victime après la paix, l'obligea de renoncer à la carrière où il venait de débuter si brillamment.

Réduit à une pension alimentaire de 400 fr., il entra dans les bureaux d'un banquier, et cependant se mit à étudier la Médecine.

Après dix ans d'un travail trop souvent interrompu, il se fit connaître par un ouvrage conçu sur un plan neuf, où il proposait pour la flore française un mode de distribution tel, que, selon lui, le lecteur pût, pour ainsi dire, sans préparation aucune, assigner les caractères de chaque plante. Sa méthode consistait à n'établir que des catégories qui se résolussent par oui ou par non, de sorte que l'élève n'eût jamais à décider qu'entre deux conditions bien précices.

Buffon, dont Lamarck suivait les cours, fit imprimer la *Flore française* à l'imprimerie royale, fit admettre son protégé à l'Académie des Sciences, dans la section de Botanique, et le donna pour guide à son fils, avec une commission de botaniste du roi, chargé de visiter les jardins et cabinets étrangers et d'établir des correspondances avec le Muséum de Paris. Lamarck parcourut ainsi, avec le jeune Buffon, en 1781 et 1782, la Hollande, l'Allemagne et la Hongrie, où il lia amitié avec Gleditsch, Jacquin et Murray.

A son retour, il commença la publication de son *Dictionnaire*

de botanique et de son *Illustration des genres*, qui lui assignèrent un rang distingué dans la Science. Ces deux grands ouvrages, qui comprennent, le premier, treize volumes et le second quatre, ne sont pas au reste entièrement de lui. Desrousseaux, Poiret, Savigny et de Candolle l'aidèrent à les achever.

« L'*Illustration des genres*, dit Cuvier, est peut-être le livre le plus commode pour acquérir des notions un peu complètes de Botanique. La précision des descriptions et des définitions y est appuyée de figures propres à donner un corps à ces abstractions et à les faire saisir à l'œil en même temps qu'à l'esprit. »

Le *Dictionnaire* contient l'histoire plus détaillée des espèces, avec des descriptions soignées et de nombreuses observations sur les particularités de leur organisation. Tout n'était pas original, tant s'en faut, dans ces deux écrits; mais le choix des figures était fait avec intelligence, les descriptions étaient tirées des meilleurs auteurs, et de nouveaux genres même y étaient étudiés.

La faveur de Buffon et celle du ministre n'avaient encore procuré à Lamarck aucun établissement solide; Labillardière, son parent, qui succéda à Buffon, obtint enfin pour lui la place modeste de garde des herbiers au cabinet du roi, place, au reste, dans la possession de laquelle il fut un moment inquiété par l'opposition de quelques-uns de ses collègues; mais, à la réorganisation du Muséum, en 1793, il fut nommé à la chaire d'histoire des animaux à sang blanc, qu'il a depuis occupée jusqu'à sa mort, et où il a acquis ses principaux titres à l'estime des savants. Il avait alors cinquante ans, et n'était que fort peu préparé à ses nouvelles fonctions; mais il puisa dans son courage la force nécessaire pour surmonter toutes les difficultés.

Ses *Recherches sur l'organisation des corps vivants*, *sur son*

origine, ses développements et ses progrès, qui parurent en 1802, ne constituent guère qu'une théorie anticipée de la génération spontanée. Il admettait que les corps vivants les plus simples, ceux qui terminent chaque règne, peuvent se former directement, que l'organisme une fois formé, l'irritabilité naîtra et aura le sentiment pour conséquence; qu'ensuite les efforts de l'animal, nés de ses besoins, développeront en lui les organes nécessaires à la satisfaction de ces besoins.

Son *Hydrogéologie* ou *Recherches sur l'influence qu'ont les eaux sur l'appropriation de la surface du globe*, *etc.* (1802), ne présente pas des caractères bien sérieux; Lamarck avait, du reste, antérieurement, publié sur la Physique et la Chimie des théories autrement hasardées. Mais dès qu'il rentra dans le domaine des faits, il y trouva une source non contestée de gloire.

C'est lui qui substitua le premier la dénomination juste d'*animaux sans vertèbres* à celle d'*animaux à sang blanc,* attribuée improprement par Linné aux insectes et aux vers. La division qu'il proposait en *apathiques*, *sensibles* et *intelligents* n'était pas très fondée. Mais ses observations sur les coquilles et les polypiers; la sagacité avec laquelle il en a circonscrit et caractérisé les genres, d'après des circonstances choisies avec habileté; le talent avec lequel il en a comparé et distingué les espèces, l'ont mis à la tête des naturalistes qui se sont occupés de l'histoire de ces animaux.

« C'est principalement d'après lui, disait Cuvier en 1831, que ceux qui ont écrit sur la même matière ont nommé et distribué leurs espèces; et, encore à présent, sur les éponges, par exemple, sur les algues et sur plusieurs genres de coraux, ce serait vainement qu'on chercherait ailleurs une instruction plus

complète que dans son *Histoire des animaux sans vertèbres.* »

« Une branche de connaissances à laquelle surtout il a donné une vive impulsion, est celle des coquilles fossiles. A peine la comparaison de ces coquilles à celles qui vivent aujourd'hui dans les différentes mers avait-elle été essayée sur un petit nombre. Lamarck procéda à cet examen avec la profonde connaissance qu'il avait acquise des coquilles vivantes et le poursuivit avec ardeur. »

« Malheureusement ses yeux affaiblis ne lui laissaient plus apercevoir que confusément les parties délicates de tous ces objets dont l'observation faisait son bonheur, et bientôt il perdit totalement la vue. »

Ses dernières années furent encore attristées par la perte de ses économies dans des placements hasardeux. Son dernier ouvrage a été dicté par lui sous ces pénibles impressions, à sa fille aînée, qui s'était consacrée à adoucir ses derniers moments.

LENOIR (ÉTIENNE).

[Né à Mer (Loir-et-Cher) en 1744, mort à Paris en 1832.]

Habile constructeur d'instruments de précision. Il construisit le cercle répétiteur pour Borda, les instruments que Delambre et Méchain emportèrent dans leur expédition aux Pyrénées, ceux qui servirent à La Pérouse, d'Entrecasteaux et Baudin, dans leurs voyages, ceux que les savants qui accompagnaient Bonaparte emportèrent en Égypte, le mètre-étalon, le premier fanal à miroir parabolique, pour le phare de Cordouan, à Bordeaux, etc.

CRUIKSHANK.

(Né à Edimbourg en 1745, mort en 1800.)

Il publia, en 1786, sur les vaisseaux lymphatiques, un ouvrage mémorable où se trouvent la première description complète et le tableau d'ensemble de ces vaisseaux.

ATWOOD (GEORGES).

(Né vers 1745, mort en 1807.)

Il fut professeur de Physique à Cambridge, puis appelé à Londres, pour être attaché au ministère des finances. Son ingénieuse machine pour la vérification des lois de la pesanteur a été longtemps employée dans tous les cours de Physique. On reprochait à l'expérience d'Atwood d'exiger, pour être absolument probante, la connaissance de la loi de proportionnalité entre l'accélération et la force, la masse en mouvement restant la même; aussi a-t-on remplacé la machine d'Atwood par d'autres appareils, mais cette machine restera précisément pour vérifier la loi dont nous venons de parler.

Atwood a publié les ouvrages suivants : *Traité sur le mouvement rectiligne et la rotation des corps, avec une description d'expériences relatives à ce sujet* (1784); *Analyse d'un cours sur les principes de la Physique fait à l'Université de Cambridge* (1784); *Recherches fondées sur la théorie du mouvement pour déterminer les temps de vibration des balanciers des horloges.* (Transactions philosophiques.)

PINEL (PHILIPPE).

[Né à Saint-André (Tarn) en 1745, mort à Paris en 1826.]

Son père exerçait la Médecine à Saint-Paul; il fut élevé au collège de Lavaur, et étudia la Médecine à Toulouse où il fut reçu docteur en 1773. Il passa cinq années à Montpellier pour s'y perfectionner dans son art, vivant alors du produit de leçons particulières, et vint, en 1778, à Paris, où il continua d'abord à s'occuper d'enseignement.

Les premiers travaux qui le firent connaître sont des traductions d'ouvrages publiés en Angleterre, notamment le *Traité de Médecine pratique* de Culley. Ces publications commencèrent à le mettre en rapport avec les médecins les plus éminents de l'époque.

Il commença alors à publier les résultats de ses propres recherches : *Mémoire sur l'application des Mathématiques au corps humain et sur le mécanisme des luxations* (Journal de Physique, 1787); *Observations sur une espèce particulière de mélancolie qui conduit au suicide;* etc.

C'est sans doute ce dernier Mémoire qui le désigna pour la place de médecin en chef de Bicêtre, en 1793, et peu après, en 1795, pour les mêmes fonctions à la Salpêtrière.

C'est dans ces deux hospices, où l'on peut dire qu'il fut le premier médecin raisonnable qu'aient eu les fous, qu'il conquit ses plus beaux titres de gloire : ces malheureux, jusque-là enchaînés dans des cabanons infects, virent tomber leurs fers et obtinrent quelques libertés qu'un traitement doux, succédant à des châtiments barbares, rendit sans dangers.

Il consigna les observations journalières que ses fonctions lui

permettaient de faire, dans de nombreux Mémoires qui jetèrent une grande lumière sur les maladies mentales : *Mémoire sur la manie périodique ou intermittente* (1802); *Recherches et observations sur le traitement des aliénés* (1798); *Observations sur les aliénés et leur division en espèces distinctes* (1799); *Résultats d'observations pour servir de base aux rapports indiqués dans les cas d'aliénation mentale* (1817); *Résultats d'observations et construction de tables pour servir à déterminer le degré de probabilité de la guérison des aliénés* (1807); etc.

Pinel occupa successivement les chaires de Physique médicale et de Pathologie interne à l'École de Médecine; il entra à l'Institut en 1803.

Outre ses recherches spéciales sur les maladies du cerveau, il a laissé un grand nombre de travaux, notamment la *Nosologie philosophique*, où il essaie de fonder des théories générales qui n'ont pas été inutiles aux progrès de la Science.

Il mourut d'une attaque d'apoplexie. Condorcet avait trouvé chez lui un asile momentané pendant la Terreur.

VOLTA (ALEXANDRE).

(Né à Côme en 1745, mort dans la même ville en 1827.)

Il était déjà à dix-huit ans en correspondance avec l'abbé Nollet sur toutes les questions importantes de la Physique. A vingt-quatre ans, il tenta de donner une théorie de la bouteille de Leyde; mais ce premier essai ne contient que des idées systématiques, souvent peu justes, dont la Science n'a tiré aucun profit. Un second Mémoire, donné par lui en 1771, produisit

une impression plus profonde et valut au jeune physicien la place de régent de l'École royale de Côme et bientôt après celle de professeur de Physique. Dans ce second Mémoire, Volta étudiait les différentes manières de produire les phénomènes électriques par pression, par percussion, etc., et essayait de déterminer dans chaque cas le genre de l'électricité développée sur le corps soumis à l'expérience.

Peu de temps après, il imagina l'électrophore perpétuel, dont l'usage est si commode dans toutes les recherches continues où l'on se propose de comparer entre elles les quantités d'électricité développées dans une série d'expériences, d'étudier la loi de la distribution de l'électricité à la surface des corps, celle de sa déperdition dans l'air, etc.

C'est encore vers la même époque que Volta fit l'invention du condensateur électrique, au moyen duquel des quantités d'électricité, autrement imperceptibles, peuvent être rendues facilement sensibles.

En 1776 et 1777, des recherches sur la nature et la composition du gaz inflammable des marais suggérèrent successivement à Volta l'idée de l'eudiomètre, qui a rendu tant de services aux chimistes; celle de la lampe perpétuelle à gaz hydrogène; enfin celle du pistolet électrique.

Jusqu'alors, Volta n'était pas sorti de sa ville natale. En 1777, il visita Haller à Berne, Saussure à Genève, Voltaire à Ferney, et apporta la pomme de terre à ses compatriotes. La relation que Volta a écrite de ce voyage scientifique a été imprimée en 1827.

Une chaire de Physique ayant été créée en 1779, à l'École de Pavie, il fut appelé à la remplir et il l'a occupée avec éclat jusqu'en 1819.

De 1780 à 1782, il visita la France, l'Allemagne, la Hollande et l'Angleterre, pour y lier des relations scientifiques avec Lavoisier et Laplace, Lichtenberg, Van Marum, Priestley, et rassembla les éléments du cabinet de Physique de l'École où il venait d'être appelé.

C'est pendant ce voyage qu'il concourut avec Lavoisier et Laplace à l'importante découverte de la cause à laquelle on peut attribuer l'électricité atmosphérique. La célèbre expérience qui conduisit à cette découverte est de 1780 : les trois illustres savants, ayant fait évaporer l'eau contenue dans un vase métallique isolé, constatèrent, à l'aide du condensateur de Volta, que ce vase se chargeait d'électricité négative. Cette découverte a malheureusement donné lieu à des revendications amères entre Volta et les deux savants français. De 1785 à 1787, Volta s'occupa d'expériences sur l'électricité atmosphérique. Il avait déjà imaginé son électromètre à pailles sèches, dont l'écart mesure à peu près exactement l'intensité électrique de la source. Il conçut l'idée heureuse d'augmenter la puissance de la tige dont s'était servi Saussure pour tirer l'électricité de l'air environnant, en terminant cette tige par une mèche enflammée. Le succès de cette expérience lui avait donné l'idée de paratonnerres à flammes, qui n'ont pas été expérimentés en grand.

Nous arrivons maintenant à la découverte de la pile voltaïque. On sait que l'origine de cette merveilleuse découverte se trouve dans la singulière observation, qui se présenta fortuitement à Galvani, des mouvements excités dans les membres d'une grenouille dépouillée, par l'interposition d'un arc métallique entre deux parties différentes du tronc. Galvani avait cru remarquer que l'effet obtenu était plus considérable lorsque l'arc métallique

réunissait un muscle et un nerf. Là-dessus il avait imaginé que les muscles et les nerfs, chargés d'électricités contraires, formaient comme les deux armatures d'une bouteille de Leyde et que l'arc jouait le rôle d'excitateur. Volta, en variant les expériences de plusieurs manières, en vint de son côté à se persuader que la commotion était produite par l'accouplement de deux métaux différents dans l'arc employé pour former le circuit, que c'était dans ce contact de deux métaux que se trouvait la source de l'électricité produite, et que la grenouille servait simplement de conducteur. Il est certain que le phénomène se présente avec des caractères plus tranchés dans les circonstances indiquées par Volta, mais il réussit toujours plus ou moins dans toutes les autres, c'est-à-dire quel que soit l'arc métallique, simple ou composé, et quelles que soient les parties de la grenouille que cet arc touche par ses extrémités. On ne savait, du reste, pas encore s'il se dégageait véritablement de l'électricité dans ces expériences. Les galvanistes, à la recherche de découvertes physiologiques, continuèrent de varier ces expériences et de les étendre aux débris de tous les animaux récemment morts. Quant à Volta, se retirant sur le terrain ferme de la pure Physique, il marcha pas à pas à la découverte de sa pile.

Il remarqua d'abord que, lorsqu'on place la langue entre deux rondelles métalliques de natures différentes, se touchant à l'extérieur, on ressent une saveur alcaline ou acide, selon l'ordre dans lequel les deux métaux sont placés. Cette remarque venait confirmer l'hypothèse qui s'était déjà présentée à lui. Pour la mettre hors de doute, il imagina de mettre en contact deux larges disques de cuivre et de zinc, tenus à l'aide de manches isolants, et, après les avoir séparés, de les présenter l'un après

l'autre à l'électromètre condensateur. Les deux disques se trouvèrent sensiblement chargés d'électricités contraires, le zinc portant l'électricité positive et le cuivre l'électricité négative. En renouvelant plusieurs fois le contact, Volta parvint à charger une bouteille de Leyde. C'était déjà un grand pas de fait. Volta franchit le dernier en 1800, et ce qu'il y a de particulièrement remarquable dans cette longue série de recherches qu'il venait de parcourir, c'est qu'il avait été théoriquement amené de l'une à l'autre par d'habiles inductions fondées sur des analogies heureusement comprises. C'est, au reste, le caractère général de toutes les découvertes de Volta, qu'aucune n'est due au hasard, et que ses plus savantes combinaisons étaient faites pour ainsi dire à coup sûr.

La découverte de la pile, bientôt suivie de celle des nombreux effets physiques et chimiques qu'on en obtient, excita l'admiration de toute l'Europe. Bonaparte en appela l'heureux auteur a Paris, en 1801, pour y répéter ses expériences devant l'Institut, et il voulut y assister lui-même. Il proposa de décerner une médaille en or à l'illustre physicien, ce qui fut voté par acclamation, ajouta 2,000 écus au nom du gouvernement et fonda un prix de 60,000 francs en faveur de celui qui ferait faire à la Science un nouveau pas comparable à ceux qu'on devait à Franklin et à Volta; il nomma en outre celui-ci comte et sénateur du royaume d'Italie. Depuis lors, Napoléon ne cessa de s'intéresser à l'illustre savant. « Je ne saurais consentir, dit-il, en 1804, à la retraite de Volta; si les fonctions de professeur le fatiguent, il faut les réduire. Qu'il n'ait, si l'on veut, qu'une leçon à faire par an; mais l'Université de Pavie serait frappée au cœur le jour où je permettrais qu'un nom aussi illustre disparût de la

liste de ses membres. D'ailleurs, un bon général doit mourir au champ d'honneur. » Toutes les Académies d'Europe tinrent à honneur de s'associer l'heureux professeur de Pavie.

Postérieurement à 1800, Volta ne donna plus que deux mémoires, l'un en 1806, sur le *Phénomène de la grêle*, l'autre en 1817, sur la *Périodicité des orages et le froid qui les accompagne.* A partir de 1819, il cessa à peu près toute relation avec le monde savant. Une légère attaque d'apoplexie vint le surprendre en 1823 et donna de graves inquiétudes. Une fièvre l'enleva en quelques jours en 1827. Il s'était retiré depuis huit ans dans sa ville natale. Côme célébra ses obsèques avec la plus grande pompe et toute l'Italie s'associa au deuil du Milanais. Un beau monument lui a été élevé près du village de Camnago, dont sa famille était originaire.

« Intelligence forte et rapide, dit Arago, idées grandes et justes, caractère affectueux et sincère, telles étaient les qualités dominantes de Volta. L'ambition, la soif de l'or, l'esprit de rivalité ne dictèrent aucune de ses actions. Chez lui, l'amour de l'étude resta pur de toute alliance mondaine. »

Volta s'était marié en 1794, à l'âge de quarante-neuf ans, et il eut trois enfants. Il prenait un soin particulier de leur éducation et ressentit vivement la perte de l'un d'eux, qui donnait de grandes espérances et déjà montrait une aptitude singulière pour les Mathématiques.

Toutes ses découvertes ont été exposées par lui, avec autant de clarté que de simplicité, dans des *Lettres* et des *Mémoires*, qu'avec une trop grande modestie il n'a pas même pensé à recueillir en une seule édition. C'est à un Toscan, amateur éclairé de ces études, le chevalier Vincent Antinori, que le

public est redevable de la *Collezione delle opere del cav. conte Alessandro Volta* (1816, 5 vol.). En lisant ce recueil, on aime à voir avec quelle sagacité ce grand homme surprenait la nature dans ses opérations les plus secrètes, et on ne se lasse pas d'admirer les moyens et les appareils si simples et si ingénieux qu'il inventait pour s'assurer par l'expérience de ce que ses réflexions lui avaient fait entrevoir. Il faudrait, pour compléter l'œuvre d'Alexandre Volta, joindre aux cinq volumes donnés en 1816 par Vincent Antinori, un poème latin sur les principaux phénomènes de la Physique et de la Chimie, où la vocation de l'auteur pour les recherches physiques perce dans plus d'un endroit; un petit poème italien sur le voyage fait par Saussure au mont Blanc et plusieurs autres pièces de vers; des observations et expériences sur les vapeurs; de nombreux articles de Physique et de Chimie, disséminés dans différents recueils périodiques d'Italie, de France, d'Angleterre et de Suisse.

BERNOULLI (JÉRÔME).

(Né à Bâle en 1745, mort en 1829.)

Il était de la famille des grands Bernoulli, mais s'occupa exclusivement d'Histoire naturelle et de Minéralogie.

Son père était marchand droguiste et il suivit de loin la profession paternelle.

Toutefois, il visita l'Allemagne, la France et la Hollande où il se lia avec les principaux naturalistes de son temps.

Il s'était formé un riche cabinet d'Histoire naturelle qu'il légua à sa ville natale, où d'ailleurs il avait occupé d'importants emplois, notamment celui de Président du Conseil.

LÉVÊQUE (PIERRE).

(Né à Nantes en 1746, mort au Havre en 1814.)

Il manifesta de bonne heure son goût pour tout ce qui touchait à la marine et, à dix-huit ans, s'engagea comme simple matelot pour acquérir plus sûrement la connaissance raisonnée de toutes les parties d'un vaisseau et de toutes les manœuvres. A son retour, il obtint la place de professeur à l'École de marine de sa ville natale et bientôt après le grade d'ingénieur hydrographe. En 1797, il fut envoyé par les électeurs de la Haute-Loire au conseil des Cinq-Cents, mais il se vit peu après enveloppé dans la proscription de fructidor et forcé de se cacher. Par la suite, Lévêque devint successivement examinateur des candidats aux Écoles polytechnique et de la marine, membre de l'Institut (1801) et de l'Académie de marine.

Le premier grand ouvrage dont il s'occupa est sa *Table pour la détermination des longitudes*, qui fut publiée en 1776 à Avignon, aux frais du gouvernement. Le problème difficile des longitudes venait enfin d'être résolu par Lalande, ou du moins Lalande venait de rendre pratique la méthode indiquée par Ptolémée, adoptée plus tard par Képler, mais que les praticiens n'avaient pas pu se décider à appliquer à cause de la longueur des calculs qu'elle exigeait. Cette méthode a pour base l'obser-

vation des occultations des étoiles par la lune. On conçoit que la différence des positions apparentes de la lune dans le ciel est liée à la différence des longitudes des postes d'observation ; mais si l'on avait à refaire chaque fois tous les calculs propres à fournir l'inconnue de la question, la méthode deviendrait impraticable; les tables de Lévêque fournissent pour tous les points du globe, à des intervalles suffisamment rapprochés, les principaux éléments du calcul, ceux qu'il serait le plus long d'obtenir.

Lévêque avait construit aussi des tables destinées à abréger le calcul de l'angle horaire, mais elles auraient été trop volumineuses; le gouvernement en avait ordonné l'impression, qui fut commencée, puis définitivement abandonnée.

Les autres ouvrages qu'on doit à Lévêque sont le *Guide du navigateur*, où l'on trouve l'histoire des tentatives faites en différents temps pour la solution du problème des longitudes; la pratique des instruments et les règles de calculs pour les problèmes usuels, avec les tables nécessaires; une traduction de l'*Examen maritime* de D. G. Juan; de nombreux rapports à l'Académie des Sciences; une description détaillée des côtes de la Grande-Bretagne, de la Hollande, du Jutland et de la Norvège, entreprise sur l'invitation du gouvernement, et publiée, en 1803, par le dépôt général de la marine; enfin divers ouvrages restés inédits, tels qu'un *Dictionnaire polyglotte des termes de marine*, les *Observations sur les marées*, etc. Il a laissé, en outre, inachevés, un *Traité théorique et pratique de la construction et de l'usage de tous les instruments nautiques,* un *Abrégé historique de l'origine et des progrès de la navigation*, et un *Traité pratique de la manœuvre*, auquel il avait joint ce

qu'il y a de plus intéressant dans quelques auteurs étrangers, relativement à la tactique.

Il fit construire à Nantes l'une des premières pompes à feu qui aient été exécutées en France, et répéta, en 1784, dans cette même ville, les expériences aéronautiques de Montgolfier.

FIN DE LA NEUVIÈME PARTIE.

TABLE ALPHABÉTIQUE.